

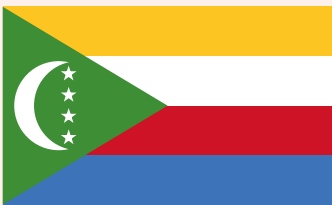
FORMATION
INITIALE

Livret
4

COMORES

INITIATIVE FRANCOPHONE POUR LA FORMATION À DISTANCE DES MAÎTRES

*Enseigner les mathématiques :
les situations-problèmes
et la géométrie*



L'Initiative francophone pour la formation à distance des maîtres (IFADEM) aux Comores est un partenariat entre le ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement et de la Recherche, l'Agence universitaire de la Francophonie (AUF) et l'Organisation internationale de la Francophonie (OIF). IFADEM aux Comores est soutenue par l'Union européenne.

<http://www.ifadem.org>

SOUS LA SUPERVISION DE :

Saidhoussen Said ABDOU NOUR, doyen de l'Inspection Générale de l'Éducation Nationale (IGEN), secrétaire exécutif IFADEM en Union des Comores.

CE LIVRET A ÉTÉ CONÇU PAR :

Ahmed RAFIKI MOHAMED, conseiller pédagogique du secondaire en SVT.

Youssouf ALIHADI, formateur en mathématiques Licence professionnelle PE (IFERE).

SOUS LA COORDINATION DE :

Youssouf ISSA, formateur FLE et responsable de parcours de la licence professionnelle PE (IFERE).

SOUS LA RESPONSABILITÉ SCIENTIFIQUE DE :

Ali ABDOLHAMID, maître de conférences, doyen de la Faculté des Lettres de l'Université des Comores.

Jean-Michel GELIS, ancien maître de conférences en Sciences de l'éducation (TICE – didactique des mathématiques), Université de Cergy-Pontoise, expert IFADEM.

AVEC LE SOUTIEN DE :

Echata MOHAMED DAROUECHE, inspectrice pédagogique en Sciences de la Vie et de la Terre, chargée de projet IFADEM en Union des Comores.

Alhabib SAID TOHIR, responsable du campus numérique francophone de Moroni.

Hadidja SINANE, animatrice documentaliste au campus numérique francophone de Moroni, assistante de projet IFADEM en Union des Comores.

CORRECTIONS :

Aurore BALTASAR

MISE EN PAGE :

Alexandre LOURDEL

L'utilisation du genre masculin dans les énoncés du présent livret a pour simple but d'alléger le texte : elle est donc sans discrimination à l'égard des femmes.

Ce livret adopte les normes de la nouvelle orthographe (<http://www.nouvelleorthographe.info>).

Les contenus de ce livret sont placés sous la licence Creative Commons Attribution - Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International (CC BY-SA 4.0).

<http://fr.creativecommons.org>

Première édition : 2019

Livret 4
FORMATION INITIALE

INITIATIVE FRANCOPHONE POUR LA FORMATION À DISTANCE DES MAÎTRES

*Enseigner les mathématiques :
les situations-problèmes
et la géométrie*



S O M M A I R E

SIGLES ET ABRÉVIATIONS	6
PRÉFACE	8
ARCHITECTURE DU LIVRET	10
SÉQUENCE 1 : CONCEVOIR UNE SITUATION-PROBLÈME	14
PRÉSENTATION	15
ÉTAPE 1 : MISE EN SITUATION	17
▶ Tâche 1 : Tri de problèmes	17
▶ Tâche 2 : Émergence de la définition de la notion de situation-problème	21
ÉTAPE 2 : RÉALISATION D'UNE TÂCHE	24
ÉTAPE 3 : ANALYSE DES PRODUCTIONS	27
ÉTAPE 4 : STRUCTURATION DES CONTENUS	29
ÉTAPE 5 : FIXATION/ENTRAÎNEMENT	33
ÉTAPE 6 : INTÉGRATION	39
ÉTAPE 7 : REMÉDIATION/ APPROFONDISSEMENT	42
ÉTAPE 8 : RÉINVESTISSEMENT	44
SÉQUENCE 2 : CONDUIRE LA RÉOLUTION D'UNE SITUATION-PROBLÈME	46
PRÉSENTATION	47
ÉTAPE 1 : MISE EN SITUATION	49
ÉTAPE 2 : RÉALISATION D'UNE TÂCHE	56
ÉTAPE 3 : ANALYSE DES PRODUCTIONS	58
ÉTAPE 4 : STRUCTURATION DES CONTENUS	65

ÉTAPE 5 : FIXATION/ENTRAÎNEMENT	70
ÉTAPE 6 : INTÉGRATION	78
ÉTAPE 7 : REMÉDIATION/ APPROFONDISSEMENT	85
ÉTAPE 8 : RÉINVESTISSEMENT	89

SÉQUENCE 3 :

CONCEVOIR DES ACTIVITÉS EN GÉOMÉTRIE QUI MÊLENT CONSTRUCTIONS, PROPRIÉTÉS ET INSTRUMENTS	92
---	-----------

PRÉSENTATION	93
ÉTAPE 1 : MISE EN SITUATION	98
ÉTAPE 2 : RÉALISATION D'UNE TÂCHE	107
ÉTAPE 3 : ANALYSE DES PRODUCTIONS	111
ÉTAPE 4 : STRUCTURATION DES CONTENUS	120
ÉTAPE 5 : FIXATION/ENTRAÎNEMENT	127
ÉTAPE 6 : INTÉGRATION	135
ÉTAPE 7 : REMÉDIATION/ APPROFONDISSEMENT	140
ÉTAPE 8 : RÉINVESTISSEMENT	146

SIGLES ET ABRÉVIATIONS

APC	Approche par compétences
AUF	Agence universitaire de la Francophonie
BEPC	Brevet d'études du premier cycle
CAE	Certificat d'aptitude à l'enseignement
CAP	Certificat d'aptitude pédagogique
CB	Compétence de base
CE1	Cours élémentaire première année
CE2	Cours élémentaire deuxième année
CEPE	Certificat d'études primaires et élémentaires
CIPR	Circonscription d'inspection pédagogique régionale
CM1	Cours moyen première année
CM2	Cours moyen deuxième année
CP1	Cours préparatoire première année
CP2	Cours préparatoire deuxième année
DGFOP	Direction générale de la fonction publique
DIFOSI	Diplôme de formation des instituteurs
DRH	Direction des ressources humaines
DUT	Diplôme universitaire de technologie
IFADEM	Initiative francophone pour la formation à distance des maîtres
IFERE	Institut de formation des enseignants et de recherche en éducation
IGEN	Inspection générale de l'Éducation nationale
LMD	Licence-Master-Doctorat
LP	Licence professionnelle
MEN	Ministère de l'Éducation nationale
ONEC	Office national des examens et concours
OIF	Organisation internationale de la francophonie
OTI	Objectif terminal d'intégration
PPO	Pédagogie par objectifs
UDC	Université des Comores

PRÉFACE

Depuis une vingtaine d'années, le ministère de l'Éducation nationale a pris conscience des difficultés rencontrées par les enseignants sur le terrain dans l'exercice de leur métier, et considère le renforcement des compétences des enseignants comme une priorité nationale, avec le soutien de ses partenaires techniques et financiers. Dans ce cadre, il a signé une convention avec le projet IFADEM (Initiative francophone pour la formation à distance des maitres), qui vise l'amélioration de la qualité des apprentissages à l'école primaire. Depuis la signature de l'accord-cadre, en novembre 2016, entre l'OIF, l'AUF et le ministère de l'Éducation nationale, le projet IFADEM a permis de doter notre ministère de l'Éducation nationale de livrets de formation à distance des instituteurs de notre système éducatif dans des domaines jugés prioritaires tels que les mathématiques pour l'ouverture à l'enseignement scientifique et technique, la compréhension et la production du français langue d'enseignement, le tout à travers le perfectionnement du métier de l'enseignant. Ces livrets contribueront à l'amélioration de la qualité des apprentissages dans nos élèves.

Depuis 2018, les encadreurs pédagogiques se sont approprié les contenus de ces livrets. La totalité des 4 000 enseignants de nos écoles primaires (publiques et privées) ont été formés à l'utilisation de ces documents, pour leur permettre d'être plus efficaces dans l'exercice de leur métier.

Pour prévenir les difficultés rencontrées sur le terrain par les enseignants, il a été jugé nécessaire d'adapter ces livrets à la formation initiale de l'IFERE (Institut de formation des enseignants et de recherche en éducation), qui propose une licence professionnelle de professeur des écoles.

Cette licence repose sur l'approche par compétences, c'est-à-dire sur l'idée que former un enseignant n'est pas seulement lui donner un bon niveau de connaissances académiques, mais que c'est le rendre capable de mobiliser simultanément des connaissances, des savoir-faire et des attitudes pour gérer les situations concrètes qui se posent à lui.

C'est pourquoi ces documents IFADEM pour la formation initiale, destinés aux enseignants de l'IFERE et à leurs étudiants, ont abandonné les présentations magistrales et les approches transmissives au profit d'une démarche active et progressive qui permet aux futurs enseignants de nos écoles primaires de s'approprier petit à petit les savoirs, les savoir-faire et les attitudes utiles au métier, c'est-à-dire de développer des compétences professionnelles.

Nous exprimons notre gratitude à nos partenaires techniques et financiers, notamment l'OIF, l'AUF et l'Union européenne pour leur précieux soutien à la réalisation de ce projet, qui participe à l'amélioration de la qualité des apprentissages dans nos écoles primaires.

Le Ministre de l'Éducation nationale
Moindjié MOHAMED MOUSSA

ARCHITECTURE DU LIVRET

Ce livret a pour objectif général d'aider les formateurs de l'IFERE à développer chez les élèves-maitres les compétences professionnelles utiles pour enseigner les mathématiques.

Deux grands principes ont guidé sa conception :

- Dans la formation, il est préférable de mettre en place des stratégies d'enseignement qui favorisent la construction de concepts par les apprenants eux-mêmes (qu'ils soient élèves ou élèves-maitres), plutôt que de recourir à des présentations magistrales ou des approches transmissives.
- Pour que nos étudiants conçoivent de telles stratégies d'enseignement pour leurs élèves, il est préférable qu'ils les vivent eux-mêmes dans leur parcours scolaire et dans leur formation.

Les contenus présentés dans ce livret découlent de ces grands principes. En particulier :

- Les tâches de formation présentées ici visent à amener les élèves-maitres à construire leurs connaissances, d'une part, par eux-mêmes et, d'autre part, en interagissant avec leurs pairs. Cette dimension sociale est essentielle car elle incite les apprenants à exprimer leurs représentations, formuler des arguments, intégrer des points de vue différents et construire de nouvelles représentations, source d'apprentissage.
- La situation-problème est un dispositif d'enseignement qui a été mis en valeur dans ce livret. En effet, par l'implication et l'activité des apprenants qu'elle organise, elle constitue un puissant levier d'apprentissage. Deux séquences sur les trois proposées dans ce livret sont consacrées aux situations-problèmes, l'une pour aider à les concevoir, l'autre pour accompagner la mise en œuvre de leur résolution par les élèves.
- La géométrie est un domaine particulier, dans lequel il n'est pas aisé de concevoir des activités organisées autour de connaissances identifiées, qui laissent l'initiative aux élèves tout en proposant des buts et des enjeux clairs pour les apprenants. La situation est rendue difficile par la cohérence qu'il faut maintenir entre constructions de figures géométriques, instruments et propriétés géométriques. Par exemple, la construction d'un carré avec la règle et le compas n'est possible que si l'on parvient à mobiliser les propriétés voulues. La dernière séquence se consacre ainsi à la conception d'activités en géométrie qui respectent cette nécessaire cohérence.

Ce livret comprend trois séquences. Les deux premières concernent la notion de situation-problème et la dernière porte sur la géométrie et ses activités.

1. La **première séquence** porte sur la compétence à concevoir une situation-problème et sur trois sous-compétences associées : identifier une situation-problème, décrire les fondamentaux d'une situation-problème et rédiger un énoncé de situation-problème ;

2. La **deuxième séquence** cible la compétence à conduire la résolution d'une situation-problème et les deux sous-compétences associées : conduire l'analyse à priori d'une situation-problème et identifier les étapes de résolution d'une situation-problème ;
3. La **troisième séquence** vise la compétence à concevoir des activités en géométrie qui mêlent constructions, propriétés et instruments.

Ces trois séquences présentent la même structuration pour faciliter la compréhension du livret. Après la présentation de la séquence, on trouve huit étapes :

1. La **mise en situation**, qui a pour objectif de mobiliser les élèves-maitres en faisant émerger leurs représentations et leurs préacquis sur la thématique traitée ;
2. La **réalisation d'une tâche**, qui confronte les élèves-maitres à une tâche professionnelle en leur demandant d'utiliser les premiers savoirs et savoir-faire formalisés dans la première étape ;
3. L'**analyse des productions**, qui identifie, dans une production réalisée à l'étape 2, les éléments constitutifs en relation avec la compétence cible et à en évaluer les effets potentiels sur les élèves ;
4. La **structuration des contenus**, qui, après l'approche progressive des étapes précédentes, apporte de manière structurée l'ensemble des savoirs et savoir-faire utiles ;
5. La **fixation / entraînement**, qui entraîne les élèves-maitres à maîtriser les sous-compétences associées à la compétence cible ;
6. L'**intégration**, qui a pour objectif d'exercer les élèves-maitres à intégrer les différentes sous-compétences dans une tâche mobilisant la compétence ;
7. La **remédiation / approfondissement**, qui permet une différenciation en fonction des difficultés et des réussites des élèves-maitres ;
8. Le **réinvestissement**, qui propose de nouvelles activités sur la compétence cible, à mobiliser dans la vie professionnelle.

Trois derniers points sont à signaler :

- Dans ce livret, un soin particulier a été porté à la **rédaction de mises en œuvre possibles de chacune de ces étapes auprès des élèves-maitres**. Elles visent à exploiter au mieux les potentialités des situations de formation qui sont proposées et faire vivre la dimension sociale, qui organise des échanges et des confrontations entre pairs .
- L'appropriation des contenus de ce livret par les formateurs est une tâche qui ne va pas de soi. Les propositions peuvent être éloignées des pratiques habituelles et nécessiter des changements de postures de la part du formateur. Il convient de signaler que **l'utilisation des contenus de ce livret par les formateurs peut être, dans un premier temps, partielle et progressive**. Par exemple, il est possible d'exploiter le matériel d'apprentissage d'une mise en situation (étape 1) sans mettre en œuvre les autres étapes. De même, un formateur peut travailler avec ses étudiants l'étape 3, de structuration, qui synthétise les connaissances à acquérir, sans dérouler l'ensemble de la séquence de formation. Enfin, dernier exemple, il est également possible de faire appel uniquement à l'étape 7 (remédiation et approfondissement) pour permettre à ses

étudiants de s'entraîner sur un vivier de situations. Les mises en œuvre peuvent rester proches des pratiques de formation de chacun ou s'inspirer et prendre en compte peu à peu les propositions qui sont formulées dans ce livret.

- Comme les autres livrets conçus pour la formation initiale, ce livret est une adaptation des livrets précédemment conçus pour la formation continue. **Les différents contenus présentés ici ont ainsi été conçus en cohérence avec ces documents déjà produits pour la formation continue.** À ce titre, ils contiennent des références précises (avec mention des pages) à ces livrets de la formation continue.

Séquence 1

CONCEVOIR UNE SITUATION- PROBLÈME

PRÉSENTATION

Pertinence de la séquence

Les situations-problèmes revêtent une importance particulière dans l'apprentissage des mathématiques pour plusieurs raisons.

La première provient de l'approche par compétences (APC) qui préconise, pour l'apprentissage des mathématiques, l'utilisation de situations-problèmes plutôt que le recours à des calculs décontextualisés impliquant des nombres sans signification.

La seconde raison provient du fait que les situations-problèmes constituent un levier efficace pour faire acquérir aux élèves les concepts et démarches nécessaires. Elles proposent en effet des contextes de travail consistants, qui ont du sens, qui suscitent des questionnements et dont la résolution nécessite, de la part de l'élève, l'élaboration de suite d'actions et de stratégies. Ces situations comportent généralement des obstacles que l'élève est susceptible de dépasser, en exprimant ses représentations qu'il va faire évoluer lors de ses interactions avec ses pairs.

La dernière raison que nous mentionnerons est que, dans la vie quotidienne, l'élève doit résoudre des problèmes qui portent sur les nombres, les mesures et l'espace. Il est donc nécessaire d'entraîner l'élève à trouver des solutions à ces problèmes de façon autonome et structurée. L'apprentissage des mathématiques donne ainsi à l'apprenant l'opportunité de construire des connaissances et des compétences qu'il aura à réinvestir tout au long de sa vie.

Les champs d'application des situations-problèmes sont nombreux et peuvent concerner par exemple les nombres, les opérations, la géométrie ou les grandeurs.

Dans ce livret, le choix a été fait de se concentrer essentiellement sur les situations-problèmes qui portent sur le domaine numérique, car les autres champs d'application ne comportent pas de difficultés spécifiques complémentaires.

La compétence cible et les compétences associées

Dans cette partie du livret, la compétence retenue est « concevoir une situation-problème », que nous aborderons en distinguant les trois sous-compétences associées suivantes :

- Identifier une situation-problème ;
- Décrire les fondamentaux d'une situation-problème ;
- Rédiger un énoncé de situation-problème.

La progression des apprentissages dans cette séquence permettra au futur enseignant de s'appropriier la notion de situation-problème et de la contextualiser de façon autonome.

Étape de mise en situation et éléments de mise en œuvre des différentes étapes

Dans cette séquence, une attention particulière a été portée à la mise en situation qui se trouve assez développée.

Nous pensons, en effet, qu'il est essentiel de donner aux élèves-maitres la possibilité de construire cette notion à partir d'exemples et d'organiser des confrontations entre pairs sur les représentations de cette notion et la définition qu'ils peuvent en concevoir. Le choix de situations de formation où l'élève-maitre propose, est actif, s'implique dans des échanges et argumente nous semble constituer un contexte favorable d'apprentissage que la simple présentation d'une définition ne saurait égaler.

Dans cette séquence, nous avons pris soin de rédiger des propositions de mise en œuvre. Les tâches de formations proposées trouvent pleinement leur intérêt lorsqu'est organisée une alternance de temps de réflexion individuelle, d'échanges et de validation de productions entre pairs suivis de synthèses collectives.

ÉTAPE 1 : MISE EN SITUATION

► Objectif de formation

L'objectif de cette phase est d'amener les élèves-maitres à s'approprier la notion de situation-problème et d'en donner une définition précise.

► Vue d'ensemble

Les élèves-maitres sont engagés dans une réflexion en deux phases :

- ❶ Classer les problèmes de façon à faire émerger la notion de situation-problème ;
- ❷ Expliciter une définition de la notion de situation-problème.

Pour y aboutir, ils sont invités à effectuer :

- des recherches individuelles ;
- une confrontation des résultats obtenus avec leurs pairs, en groupes puis collectivement.

TÂCHE 1 : TRI DE PROBLÈMES

■ Description

Cette tâche conduit les élèves-maitres à faire un tri des problèmes pour en sélectionner les situations-problèmes, ainsi qu'à justifier et expliciter leurs choix devant leurs pairs et le grand groupe.

■ Sous-compétence

La sous-compétence privilégiée ici est « identifier une situation-problème ».

■ Consigne

Parmi les problèmes suivants, sélectionnez ceux qui, selon vous, représentent des situations-problèmes.

- Problème 1.** Trouver la moitié des valeurs suivantes : la surface d'un carré de 480 m^2 , le salaire d'un menuisier de 87 500 francs et la longueur d'une route de 250 km.
- Problème 2.** Ali possède 1 000 francs et veut compléter sa fourniture scolaire. Il achète un cahier de 96 pages à 250 francs et avec le reste il achète des pochettes transparentes qui coutent chacune 50 francs. Combien de pochettes peut-il acheter ?

- Problème 3.** Le mois prochain, Ahmed fêtera son anniversaire. Quel âge aura Ahmed ?
- Problème 4.** Fatiguée de faire la cuisine, la famille décide d'aller manger au restaurant. Maman et mes deux frères choisissent un menu à 4 000 francs. Papa et moi prenons chacun un yaourt à boire à 300 francs, de la viande grillée à 1 250 francs. Papa donne un billet de 10 000 francs pour payer. Combien lui rend-on ?
- Problème 5.** Calculer le périmètre d'un carré de 45 m de côté.
- Problème 6.** 375,39 est un nombre décimal, il possède deux chiffres après la virgule. Quels sont les nombres entiers qui l'encadrent ?
- Problème 7.** L'enfant Kiriku a 13 ans. Il distribue des cadeaux aux lauréats de son village. Il donne 5 sachets de bonbons à Uluhu, 21 chocolats à Daima, 17 bananes à Badria et il en prend 25 pommes. Quel est l'âge de Kiriku ?
- Problème 8.** Mohamed achète un pain aux raisins à 250 francs. Combien le caissier doit-il lui rendre ?
- Problème 9.** La maitresse donne 3 cahiers à Antufa, 4 stylos à Youssouf et 2 livres à Housseine. Combien d'articles a-t-elle distribués en tout ?
- Problème 10.** Au Restaurant de l'Hôtel Retaj il y a 7 tables de 6 places, 8 tables de 4 places et 5 tables de deux places. Si le client paie 10 000 francs par jour, combien de tables doivent être occupées pour encaisser 1 000 000 francs la journée ?

■ **Mise en œuvre**

L'enseignant mettra en œuvre la mise en situation en suivant les indications du tableau ci-dessous, qui s'inscrit dans une démarche socioconstructiviste.

Étapes	Description	Commentaires
Étape 1 Exploration de la notion de « situation-problème »	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Demander oralement aux étudiants ce qu'est, pour eux, une situation-problème. ▪ Noter au tableau quelques propositions des étudiants. 	Le formateur ne donne pas la réponse, il ne commente pas, il favorise les interactions entre étudiants.
Étape 2 Recherche individuelle	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lire la consigne. ▪ Laisser les étudiants chercher individuellement. 	L'objectif est que chaque étudiant dispose d'une solution personnelle avant de la soumettre à ses pairs.
Étape 3 Élaboration d'une réponse en groupes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mettre les étudiants en groupes d'au plus quatre. ▪ Ils doivent confronter leurs réponses et élaborer une réponse commune. 	L'objectif est d'obliger les étudiants à expliciter et à argumenter leurs choix afin de se convaincre mutuellement.

Étapes	Description	Commentaires
Étape 4 Bilan collectif	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Choix par le formateur de quelques productions de groupes d'étudiants. ▪ Présentation, par chacun des groupes retenus, des problèmes identifiés comme situations-problèmes. ▪ Identification par l'ensemble des étudiants des critères utilisés par chaque groupe. ▪ Organisation d'un débat avec le groupe sur les choix présentés. 	<p>Les productions choisies par le formateur devront être variées et faire intervenir des critères de classement différents.</p> <p>L'objectif est d'engager les étudiants dans une réflexion. Il ne s'agit pas encore d'explicitier la définition de la notion de situation-problème.</p>

■ Commentaire destiné au formateur

Ce paragraphe donne au formateur des indications de réponses afin qu'il dispose d'une vue d'ensemble de la tâche donnée et soit en mesure d'organiser le traitement de la situation.

Dans la liste de problèmes ci-dessous :

- les situations-problèmes sont repérées par des cases cochées ;
 - des justifications mentionnées en italique et en gras indiquent pourquoi le problème indiqué n'est pas une situation-problème. Ces justifications peuvent être complétées ou modifiées.
- Problème 1.** Trouver la moitié des valeurs suivantes : la surface d'un carré de 480 m^2 , le salaire d'un menuisier de 87 500 francs et la longueur d'une route de 250 km.
- *La situation n'impose pas à l'élève de développer une véritable démarche de recherche avec des suites d'actions à élaborer.*
- Problème 2.** Ali possède 1 000 francs et veut compléter sa fourniture scolaire. Il achète un cahier de 96 pages à 250 francs et avec le reste il achète des pochettes transparentes qui coutent chacune 50 francs. Combien de pochettes peut-il acheter ?
- Problème 3.** Le mois prochain Ahmed fêtera son anniversaire. Quel âge aura Ahmed ?
- *Ce problème ne peut être résolu avec les données fournies.*
- Problème 4.** Fatiguée de faire la cuisine, la famille décide d'aller manger au restaurant. Maman et mes deux frères choisissent un menu à 4 000 francs. Papa et moi prenons chacun un yaourt à boire à 300 francs, de la viande grillée à 1 250 francs. Papa donne un billet de 10 000 francs pour payer. Combien lui rend-on ?
- Problème 5.** Calculer le périmètre d'un carré de 45 m de côté.
- *La situation n'impose pas à l'élève de développer une véritable démarche de recherche avec des suites d'actions à élaborer.*

- Problème 6.** 375,39 est un nombre décimal, il possède deux chiffres après la virgule. Quels sont les nombres entiers qui l'encadrent ?
 → *La situation n'impose pas à l'élève de développer une véritable démarche de recherche avec des suites d'actions à élaborer.*
- Problème 7.** L'enfant Kiriku a 13 ans. Il distribue des cadeaux aux lauréats de son village. Il donne 5 sachets de bonbons à Uluhu, 21 chocolats à Daima, 17 bananes à Badria et il en prend 25 pommes. Quel est l'âge de Kiriku ?
 → *La réponse à ce problème est donnée dans l'énoncé.*
- Problème 8.** Mohamed achète un pain-raisin à 250 francs. Combien le caissier doit-il lui rendre ?
 → *Ce problème ne peut pas être résolu avec les données fournies.*
- Problème 9.** La maitresse donne 3 cahiers à Antufa, 4 stylos à Youssouf et 2 livres à Housseine. Combien d'articles a-t-elle distribués en tout ?
- Problème 10.** Au Restaurant de l'Hôtel Retaj il y a 7 tables de 6 places, 8 tables de 4 places et 5 tables de deux places. Si le client paie 10 000 francs par jour, combien de tables doivent être occupées pour encaisser 1 000 000 francs la journée ?

■ **Exemples de productions possibles**

Nous proposons quelques exemples de réponses possibles que peuvent produire les élèves-maitres et qui méritent d'être analysées par la suite.

Ces exemples ne sont donnés que pour illustrer la façon d'exploiter les productions des élèves-maitres en les aidant à expliciter leurs critères et en proposant des éléments de discussion.

Il n'est pas nécessaire que le formateur tranche et donne les réponses justes, la définition d'une situation-problème sera travaillée par la suite. L'objectif du formateur est de favoriser les échanges et la discussion entre élèves-maitres, pour les amener à formuler et expliciter leurs critères, même si ceux-ci sont incomplets, incertains ou erronés.

Tris des problèmes	Critères possibles utilisés par le groupe	Éléments éventuels de discussion (qui peuvent ou non être abordés) <i>N. B. : le formateur n'a pas à accepter ou rejeter les tris et critères proposés.</i>
→ Problèmes reconnus comme situations-problèmes : 1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 10 → Problèmes écartés : 3, 8	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Possibilité de résoudre le problème. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Seuls les problèmes que l'on ne peut pas résoudre ne sont pas reconnus comme situations-problèmes. ▪ Ce critère n'est pas suffisant, la notion d'obstacle travaillé doit être prise en compte.

Tris des problèmes	Critères possibles utilisés par le groupe	Éléments éventuels de discussion (qui peuvent ou non être abordés) <i>N.B. : le formateur n'a pas à accepter ou rejeter les tris et critères proposés.</i>
→ Problèmes reconnus comme situations-problèmes : 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10 → Problèmes écartés : 1, 5, 6	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Choix d'un contexte issu de la vie courante et qui ne soit pas purement mathématique. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ L'existence d'un contexte qui ne soit pas purement mathématique est le seul critère pris en compte. ▪ Ce critère ne convient pas, d'autres points sont à considérer comme la possibilité de résoudre le problème ou l'existence d'obstacles pour trouver une solution.
→ Problèmes reconnus comme situations-problèmes : 2, 3, 4, 6, 8, 10 → Problèmes écartés : 1, 5, 7, 9	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Problèmes « difficiles » à traiter pour les élèves, qu'il existe ou non une solution. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Avec ce critère, les problèmes sans solution (3 et 8) peuvent être retenus, à tort. ▪ Avec ce critère, les problèmes d'application immédiate, même s'ils sont considérés comme difficiles pour les élèves (problème 6) peuvent être retenus, à tort. ▪ Avec ce critère, le problème 9 peut être rejeté à tort car considéré comme facile (il se résout par une simple addition). Ce rejet ne prend pas du tout en compte le niveau de classe des élèves.

TÂCHE 2 : ÉMERGENCE DE LA DÉFINITION DE LA NOTION DE SITUATION-PROBLÈME

■ Description

Cette tâche conduira les élèves-maitres à expliciter les éléments susceptibles de caractériser une situation-problème et à en proposer une définition. L'objectif est qu'ils défendent leurs choix devant leurs pairs et le grand groupe.

■ Sous-compétence

La sous-compétence privilégiée ici est : « décrire les fondamentaux d'une situation-problème ».

■ Consigne

Voici une liste de situations-problèmes issues de l'ensemble des situations proposées lors de la tâche précédente. Trouvez les critères qui permettent de les définir comme des situations-problèmes.

- **Problème 2.** Ali possède 1 000 francs et veut compléter sa fourniture scolaire. Il achète un cahier de 96 pages à 250 francs et avec le reste il achète des pochettes transparentes qui coutent chacune 50 francs. Combien de pochettes peut-il acheter ?
- **Problème 4.** Fatiguée de faire la cuisine, la famille décide d’aller manger au restaurant. Maman et mes deux frères choisissent un menu à 4 000 francs. Papa et moi prenons chacun un yaourt à boire à 300 francs, de la viande grillée à 1 250 francs. Papa donne un billet de 10 000 francs pour payer. Combien lui rend-on ?
- **Problème 9.** La maitresse donne 3 cahiers à Antufa, 4 stylos à Youssouf et 2 livres à Housseine. Combien d’articles a-t-elle distribués en tout ?
- **Problème 10.** Au Restaurant de l’Hôtel Retaj il y a 7 tables de 6 places, 8 tables de 4 places et 5 tables de deux places. Si le client paie 10 000 francs par jour, combien de tables doivent être occupées pour encaisser 1 000 000 francs la journée ?

■ **Mise en œuvre**

Les étapes sont celles qui ont déjà été explicitées lors de la mise en œuvre de la tâche 1. Le tableau suivant les reprend.

Étapes	Description	Commentaires
Étape 1 Recherche individuelle	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lire la consigne. ▪ Laisser les étudiants chercher individuellement. 	L’objectif est que chaque étudiant dispose d’une solution personnelle avant de la soumettre à ses pairs.
Étape 2 Élaboration d’une réponse en groupe	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mettre les étudiants en groupes d’au plus quatre. ▪ Ils doivent confronter leurs réponses et élaborer une réponse commune. 	L’objectif est d’obliger les étudiants à expliciter et à argumenter leurs choix afin de se convaincre mutuellement.
Étape 3 Bilan collectif	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Choix par le formateur de quelques productions de groupes d’étudiants. ▪ Présentation, par chacun des groupes, des critères retenus comme ceux d’une situation-problème. ▪ Organisation d’un débat avec le groupe sur les choix présentés. 	Les productions choisies par le formateur devront être variées afin de tendre vers la définition d’une situation-problème.

■ Exemples de productions possibles

Ces exemples ne sont donnés que pour illustrer la façon d'exploiter les productions des élèves-maitres en les aidant à expliciter leurs critères et en proposant des éléments de discussion.

Critères possibles exprimés par le groupe	Questionnements possibles
Problème difficile	<ul style="list-style-type: none"> ▪ De quelle difficulté s'agit-il ? ▪ Est-elle relative à la compréhension de l'énoncé ? À la résolution ? À la présence d'obstacles pour la résoudre ?
Contextualisation de l'énoncé	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Quel est l'intérêt de la contextualisation dans une situation-problème ? ▪ Quel est le contexte à privilégier ?
Nécessité d'élaborer une recherche personnelle pour obtenir la réponse	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La nécessité d'une démarche de recherche pour résoudre la situation doit-elle apparaître forcément ?
Problème complexe	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Qu'est ce qui rend le problème complexe ? ▪ La formulation de la consigne peut-elle influencer sur la complexité du problème ? ▪ Un problème complexe est-il un problème difficile ? Quelle est la différence ?
Présence des données numériques à utiliser	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Les données numériques doivent-elles être toujours exploitables ? ▪ Un problème sans données numériques est-il une situation-problème ?
Plusieurs étapes ou actions à suivre pour obtenir la réponse	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Existe-t-il nécessairement plusieurs étapes à suivre pour résoudre une situation-problème ? ▪ S'agit-il d'inventer des questions intermédiaires ?
Problème qui demande d'effectuer plusieurs opérations	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Pourquoi effectuer plusieurs opérations ? ▪ Est-il obligatoire de faire plusieurs opérations ?

ÉTAPE 2 : RÉALISATION D'UNE TÂCHE

▶ **Objectif de formation**

L'objectif de cette tâche est de permettre aux élèves-maitres de s'entraîner à concevoir des situations-problèmes et à prendre en compte les différentes dimensions de leur définition.

▶ **Vue d'ensemble**

Cette tâche se décompose en quatre temps qui sont :

- Production en binôme de situations-problèmes et de leurs grilles de conception qui explicitent les démarches utilisées ;
- Échanges entre binômes des problèmes produits et création des fiches de conception des problèmes reçus par les groupes récepteurs ;
- Rencontres entre groupes émetteurs et récepteurs et comparaison des grilles de conception conçues par chaque groupe ;
- Bilan collectif sur les démarches de conception de situations-problèmes.

■ **Sous-compétence**

La sous-compétence privilégiée ici est « rédiger une situation-problème ».

■ **Consigne**

À partir des informations mentionnées dans le tableau **Éléments de contexte des situations-problèmes à concevoir** ci-dessous, qui peuvent être complétées ou utilisées partiellement, proposez les énoncés de deux situations-problèmes : l'une pour une classe de CE, l'autre pour la classe de CM.

Pour chaque situation-problème, renseignez la **Fiche de conception d'une situation-problème** présentée ci-dessous et destinée à expliciter votre démarche.

Vous allez travailler en binôme, puis vous échangerez vos énoncés de situations-problèmes avec un autre binôme.

Chaque groupe récepteur établira la fiche de conception du problème reçu qui sera comparée avec la fiche de conception du groupe émetteur.

FICHE DE CONCEPTION D'UNE SITUATION-PROBLÈME

Titres	Commentaires
Situation-problème ? (Oui/Non)	<i>Il s'agit de préciser si le problème est ou non une situation-problème.</i>
Niveau d'enseignement	<i>Il s'agit de choisir entre CE et CM.</i>
Objectif d'apprentissage	<i>Il s'agit de préciser les principales connaissances du programme qui sont en jeu.</i>
Éléments de la définition des situations-problèmes particulièrement importants ici	<i>Il s'agit de mentionner ce qui, dans la définition des situations-problèmes, semble particulièrement important ici.</i>
Éléments de la démarche des situations-problèmes particulièrement importants ici	<i>Il s'agit de mentionner ce qui, dans la démarche de conception des situations-problèmes, semble particulièrement important ici.</i>

ÉLÉMENTS DE CONTEXTES DES SITUATIONS-PROBLÈMES À CONCEVOIR

Reçoit par Moneygram 300 euros de son oncle vivant en France
1 500 francs pour payer le taxi
4 paquets de cahiers à 1 500 francs chacun, 2 rames de papier à 5 000 francs, 2 cahiers de TP à 1 000 francs chacun, 2 paquets de 5 cahiers grand format à 4 500 francs le paquet, 8 stylos à 800 francs, un cartable à 6 500 francs, 37 500 francs pour l'écolage du premier trimestre
La préparation de la rentrée scolaire
Fourniture scolaire à la Librairie Cami
Remettre 45 000 francs à son petit frère
À la banque, 1 euro équivaut à 491,97 francs
La somme restante en pièces et billets

■ **Mise en œuvre**

Le tableau ci-dessous décrit une mise en œuvre possible.

Étapes	Description et commentaires
Étape 1 Production par binôme	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Expliquer collectivement la situation. ▪ Mettre les étudiants en binôme pour qu'ils produisent les deux situations-problèmes et leur fiche de conception.
Étape 2 Échanges entre binômes des énoncés des problèmes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Échanges entre binômes des énoncés des problèmes. ▪ Les binômes récepteurs renseignent les fiches de conception des problèmes reçus.
Étape 3 Comparaison entre binômes des fiches de conception émises et reçues	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Les groupes émetteurs et récepteurs se rencontrent et comparent des grilles de conception conçues par chaque groupe.

Étapes	Description et commentaires
<p>Étape 4 Bilan collectif</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Le formateur choisit quelques énoncés de problèmes avec les fiches de conceptions des groupes récepteurs et émetteurs associées. <ul style="list-style-type: none"> – Le choix des problèmes (énoncés et fiches associées) devra permettre le débat (avec, par exemple, des désaccords, pour un même problème, sur les fiches de conception des groupes émetteurs et récepteurs). – Les choix des problèmes devront permettre d’avoir des contenus de fiches de conception différentes. ▪ Le formateur organise des échanges collectifs. ▪ L’accent sera mis sur les éléments de définition des situations-problèmes utilisés et sur la démarche de conception.

ÉTAPE 3 : ANALYSE DES PRODUCTIONS

Cette étape cherche à donner une idée des productions que l'on peut obtenir.

Elle présente 4 problèmes que pourraient recevoir des groupes récepteurs ainsi qu'un exemple possible de fiches de conception qu'ils pourraient produire.

Le lecteur pourra également se reporter à l'étape 1 de mise en situation qui donne également des exemples.

■ Énoncés des 4 problèmes

▶ Problème P1

Youssef dispose de la somme de 147 000 francs repartis en billets de 10 000, 5 000 et 2 000 francs. Il possède au moins 10 billets de chaque valeur. Il paie 37 500 francs pour l'écolage du premier trimestre.

1. Il veut donner le plus possible de billets de 10 000 francs. Combien de billets de 10 000 francs doit-il dans ce cas remettre à la caissière de l'école ?
2. S'il lui donne 4 billets de 10 000 francs, quel nombre maximal de billets de 2 000 francs peut-il obtenir en retour ?

▶ Problème P2

Mondoha reçoit par Money gramme 300 euros de son oncle vivant en France pour préparer sa rentrée scolaire. Il achète à la librairie Cami : 4 paquets de cahiers à 1 500 francs chacun, 2 rames de papier à 5 000 francs, 2 cahiers de TP à 1 000 francs chacun, 2 paquets de 5 cahiers grand format à 4 500 francs le paquet, 8 stylos à 800 francs, un cartable à 6 500 francs, et paie 37 500 francs pour l'écolage du premier trimestre.

1. Quelle somme a-t-il dépensée en tout ? Combien de billets de 5 000 francs cette somme représente-t-elle ?
2. Combien coûte le cahier grand format ?

▶ Problème P3

Anya est partie à la librairie avec un billet de 10 000 francs. Elle achète un cahier de TP à 1 000 francs, 2 cahiers de 32 pages à 500 francs l'ensemble, un stylo et un crayon à 200 francs les deux et un cartable à 6 500 francs.

1. Combien d'articles Anya a-t-elle achetés ?
2. Quelle somme Anya remettra-t-elle à sa maman après ces achats ?

► **Problème P4**

Moussa reçoit de son oncle vivant en France une somme de 300 euros pour préparer sa rentrée scolaire. Il achète les fournitures scolaires à 70 000 francs, des vêtements à 30 000 francs et il avance 37 500 francs pour l'écolage.

1. Quelle est sa dépense totale ?
2. Quels articles précis a-t-il achetés ?
3. Combien paie-t-il par mois pour l'écolage ?

FICHES DE CONCEPTION DES PROBLÈMES

Problèmes	P1	P2	P3	P4
Situation-problème ? (Oui/Non)	Oui	Oui	Oui	Non
Niveau d'enseignement	CE	CM	CE	CM
Objectifs d'apprentissage	<ul style="list-style-type: none"> ▪ la monnaie ▪ l'échange des billets ▪ la décomposition additive des nombres 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ la monnaie ▪ le sens et l'usage des opérations 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ la monnaie ▪ le sens et l'usage de l'addition et de la soustraction 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ la monnaie ▪ le sens et l'usage des opérations
Éléments de la définition des situations-problèmes particulièrement importants ici	<ul style="list-style-type: none"> ▪ contextualisation qui donne un sens ▪ complexité qui impose une recherche ▪ données numériques exploitables 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ contextualisation qui donne un sens ▪ complexité qui impose une recherche ▪ données numériques exploitables 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ contextualisation qui donne un sens ▪ complexité qui impose une recherche ▪ données numériques exploitables 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ contextualisation incomplète par manque de données (durée payée pour l'écolage inconnue) ▪ résolution impossible (question 3) ▪ données numériques non exploitables
Éléments de la démarche des situations-problèmes particulièrement importants ici	<ul style="list-style-type: none"> ▪ nombre raisonnable d'informations utilisées ▪ clarté de la consigne ▪ complexité adaptée au niveau 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ beaucoup d'informations utilisées ▪ clarté de la consigne ▪ informations complémentaires 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ nombre raisonnable d'informations utilisées ▪ clarté de la consigne ▪ complexité adaptée au niveau 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ nombre raisonnable d'informations ▪ informations non détaillées ▪ confusion de la consigne ▪ impossibilité à résoudre le problème

ÉTAPE 4 : STRUCTURATION DES CONTENUS

► Objectif de formation

L'objectif de cette étape est d'institutionnaliser la définition d'une situation-problème et une démarche de conception de ces situations.

► Description

L'activité vise à rendre actifs les élèves-maitres et à lutter contre leur passivité.

Dans un premier temps, il leur est ainsi demandé de produire individuellement une définition des situations-problèmes et une démarche de conception de telles situations. Ces productions s'appuient sur l'expérience acquise lors des étapes précédentes.

Dans un second temps, ces productions individuelles sont collectivement rassemblées, débattues puis comparées avec les contenus institutionnalisés qui leur sont distribués.

■ Consigne

- 1. Donnez une définition de ce que c'est une situation-problème.
- 2. Décrivez les différentes étapes de la démarche de conception d'une situation-problème.

■ Mise en œuvre

Elle peut être la suivante :

Étapes	Description et commentaires
Étape 1 Production individuelle	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lecture de la consigne. ▪ Production individuelle.
Étape 2 Constitution d'une proposition collective	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Écriture par le formateur, au tableau, d'une proposition collective sur la définition et la démarche de conception d'une situation-problème. ▪ Cette proposition collective s'obtient à partir des productions individuelles qui sont filtrées si nécessaire.
Étape 3 Découverte individuelle des contenus institutionnalisés (voir ci-dessous)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Distribution à chacun des contenus institutionnalisés et lecture individuelle.

Étapes	Description et commentaires
Étape 4 Travail individuel à partir des productions individuelles et des contenus institutionnalisés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Recherche individuelle des différences entre productions individuelles et contenus institutionnalisés. ▪ Mention des concordances, des manques, des convergences.
Étape 5 Bilan collectif	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Élaboration d'une synthèse sur les difficultés à intégrer certains éléments de la définition et de la démarche de conception d'une situation-problème.

■ Contenus institutionnalisés

Ces contenus proviennent du livret IFADEM de formation continue n° 4, *Mettre en œuvre efficacement la situation-problème et les activités géométriques à l'école primaire*.

Ils sont mentionnés entre les pages 22 et 27 du livret et sont reportés ci-après.

Définition des situations-problèmes

Une situation-problème est une activité mathématique. C'est une situation motivante créée par l'enseignant en vue d'activer les capacités de résolution de l'élève, en utilisant les données liées aux informations essentielles de l'énoncé. Elle peut être une situation de la vie quotidienne, contextualisée, que l'on soumet à l'élève.

Certains auteurs (DE VECCHI et CARMONA-MAGNALDI, 2015¹) précisent qu'une situation-problème :

- est une situation initiale comportant certaines données ;
- impose un but à atteindre ;
- oblige à élaborer une suite d'actions ;
- mobilise une activité intellectuelle qui fait entrer dans une démarche de recherche, en vue d'aboutir à un résultat final.

Ce résultat est initialement inconnu et la solution n'est pas immédiatement disponible.

Les mêmes auteurs définissent une situation-problème par certains critères essentiels :

- Avoir du sens (interpeller, impliquer l'apprenant qui ne se contente pas d'obéir, d'exécuter) ;

1 DE VECCHI, G., CARMONA-MAGNALDI, N. (2015) : *Faire vivre de véritables situations-problèmes*, Paris, Hachette éducation.

- Être liée à un obstacle repéré, défini, considéré comme dépassable et dont les élèves doivent prendre conscience à travers l'émergence de leurs conceptions (représentations mentales);
- Faire naître un questionnement chez les élèves (qui ne répondent plus aux seules questions du maître);
- Corresponde à une situation complexe, pouvant ouvrir sur différentes réponses acceptables et sur différentes stratégies utilisables;
- Faire l'objet d'un ou de plusieurs moments de métacognition (analyse a posteriori de la manière dont les activités ont été vécues et du savoir qui a pu être intégré).

→ Voir livret de formation continue, p. 22.

Démarche de conception de situations-problèmes

La conception d'une situation-problème obéit à la démarche suivante :

- Se situer par rapport au programme (curricula);
- Identifier l'objectif de la leçon;
- Identifier les compétences à développer chez les élèves au cours de la séquence;
- Rédiger l'énoncé

Le problème est présenté sous forme de texte ou énoncé, complété par une illustration (ou un dessin), un schéma, un graphique, un tableau, des données numériques...

L'illustration peut constituer en elle-même une situation à compléter par des consignes (questions implicites ou explicites).

→ Voir livret de formation continue, p. 25.

Champs d'application des situations-problèmes

Les situations-problèmes s'appliquent à tous les domaines des mathématiques. Elles peuvent faire appel à :

- des questions de numération : lecture et écriture des nombres, comptage;
- l'usage des opérations : addition, soustraction, multiplication et division;
- l'usage des nombres décimaux : écriture, comparaison, calcul;
- l'usage de la proportionnalité : comparaison, représentation, détermination et fractions;
- des questions de géométrie : constructions, propriétés, instruments, mesures;
- des questions sur les mesures et les grandeurs.

→ Voir livret de formation continue, pp. 23 et 24.

N. B. : Dans ce livret, le choix a été fait de se concentrer sur les situations-problèmes qui portent sur le domaine numérique. Cela ne restreint pas la généralité des contenus travaillés, puisque les autres champs d'application (géométrie, mesures, grandeurs) ne comportent pas de difficultés spécifiques complémentaires.

ÉTAPE 5 : FIXATION/ENTRAÎNEMENT

► Objectif de formation

Cette étape s'inscrit dans la continuité des étapes précédentes et vise à consolider l'appropriation de la compétence de conception de situation-problème.

Pour cela, elle cherche à revisiter chacune des sous-compétences qui la composent et qui sont :

- identifier une situation-problème ;
- décrire les fondamentaux d'une situation-problème ;
- rédiger un énoncé de situation-problème.

► Description

Les tâches proposées sont graduées et permettent aux élèves-maitres de s'entraîner à :

- identifier une situation-problème ;
- identifier ses éléments fondamentaux ;
- rédiger un énoncé de situation-problème en s'appuyant sur la démarche de conception retenue lors de l'étape précédente.

■ Consigne

Il est demandé de réaliser les tâches ci-dessous.

- 1. Déterminez si S1 et S2 correspondent à des situations-problèmes et argumentez.

S1. Dans une classe les filles sont au nombre de 19. Combien y a-t-il de garçons dans cette classe ?

S2. En novembre 2005, Dora avait 15 ans et un ami, Babouche, qui avait 7 ans de moins qu'elle. 8 années plus tard, Dora a fêté les 2 ans de sa fille née un 28 novembre.

1. Donne la date de naissance exacte de la fille de Dora.
2. Quel était l'âge de Babouche à la naissance de l'enfant de Dora ?

- 2. Dégagez les éléments qui ont permis de considérer les situations S3 et S4 comme des situations-problèmes. Précisez le niveau correspondant pour chacune.

S3. Le bibliothécaire de l'IFERE a lu 40 pages d'un roman policier en une semaine. Le roman a 60 pages.

1. En combien de semaines finira-t-il de lire son roman s'il garde le même rythme de lecture ?
2. Combien de romans de 60 pages pourra-t-il lire en 5 semaines, s'il conserve toujours son rythme de lecture ?

S4. Lors d'une projection de film le weekend dernier, 145 personnes sont allées samedi à Alkamar à la séance de 14 heures et 108 à la séance de 20 heures. Durant les deux jours, la comptabilité enregistre au total 800 spectateurs à 1 000 francs la place.

1. Donner le nombre de spectateurs de la journée de samedi, sachant qu'elle ne comprend que 2 séances.
2. Déterminer la recette totale du weekend. Combien le cinéma a-t-il gagné le dimanche ?

-
- **3.** Rédigez des situations-problèmes à partir des informations mentionnées en S5, S6, S7 et S8 qu'il faut organiser, modifier et compléter si besoin.

S5. Gaston le vantard en moto, pour mettre sa moto en état, note ce qu'il a acheté :

- Des pneus : 66 000 francs ;
- Des câbles à freins : 16 000 francs ;
- De la graisse : 5 900 francs.

S6. Dans un voyage en bus Moroni-Foumbouni, de 30 passagers, 17 d'entre eux sont des enfants.

- Arrêt à Chindini, 7 passagers dont 2 enfants descendent et 3 passagers montent avec chacun un enfant.
- À Ouroveni, 7 passagers descendent et d'autres montent.
- 14 enfants restent à l'arrivée.

S7. Réparation des dégâts causés par le cyclone Kenneth.

- Achats de tôles à 4 000 francs la feuille, chevrons à 4 000 francs l'unité, clous à 1 500 francs, main-d'œuvre à 50 000 francs.
- 10% de la dépense représente la ponction aide aux sinistrés.

S8. Maman désire confectionner des robes pour ses quatre filles.

- Achat de 1,5 m pour la petite, 3 m pour la grande.
- Le tailleur propose 10 m et prévoit la perte de 1 m pour les différentes coupes.

-
- **4.** Parmi les situations précédentes, choisissez-en une qui n'est pas une situation-problème et retravaillez-la afin d'en concevoir une.

■ Mise en œuvre

Le déroulement de la séance peut être le suivant :

Questions	Description	Commentaires
Question 1 S1 et S2 sont-elles des situations-problèmes ?	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lecture de la consigne. ▪ Recherche individuelle. ▪ Bilan collectif rapide. 	L'objectif est que chaque étudiant dispose d'une solution à la première question sur l'identification d'une situation-problème avant de contribuer au bilan collectif.
Question 2 Pourquoi S3 et S4 sont-elles des situations-problèmes ?	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lecture de la consigne. ▪ Recherche individuelle. ▪ Recueil collectif des éléments qui justifient la qualité de situation-problème et débat. 	L'objectif est de vérifier si les élèves-maitres ont intégré les fondamentaux d'une situation-problème avant de passer à la question suivante, qui porte sur la rédaction
Question 3 Conception de situations-problèmes à partir des éléments donnés en S5, S6, S7 et S8.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lecture de la consigne. ▪ Recherche individuelle. ▪ Mise en groupes des étudiants d'au plus 4 : confrontation des propositions et élaboration d'une réponse commune. ▪ Synthèse collective à partir de quelques productions diversifiées. 	L'objectif est permettre aux étudiants de rédiger des situations-problèmes à partir des informations fournies, tout en les complétant s'ils le souhaitent.
Question 4 Conception d'une situation-problème à partir d'une situation précédente.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Choix par le formateur d'une situation qui n'est pas une situation-problème, comme la situation S1 par exemple. ▪ Alternance de temps courts de recherche individuelle et de bilan en grand groupe pour finaliser la rédaction de différentes situations-problèmes. 	Les productions faites devront faire intervenir des critères différents de conception. L'objectif est d'engager les étudiants dans la rédaction d'une situation-problème .

■ Commentaire destiné au formateur

Le formateur doit retenir qu' :

- à chaque fois, différents énoncés de situations sont possibles ;
- aucune production ne doit être rejetée mais plutôt retravaillée ou reformulée.

À titre d'exemple, voici quelques points de vigilance et des réponses possibles.

► **Question 1** : *S1 et S2 sont-elles des situations-problèmes ?*

▪ *Points de vigilance*

La discussion et l'argumentation peuvent s'organiser autour des points suivants qui caractérisent une situation-problème :

- Existence d'un sens pour l'élève ;
- Présence de données et d'un but à atteindre ;
- Nécessité d'une démarche de recherche, d'un obstacle à dépasser, d'un questionnement pour les élèves, d'une suite d'actions à élaborer.

▪ *Réponses*

- **S1** n'est pas une situation-problème.
- **S2** est une situation-problème.

► **Question 2** : *Pourquoi S3 et S4 sont-elles des situations-problèmes ?*

- *Points de vigilance* : ce sont les mêmes que pour la question précédente.

► **Question 3** : *Conception de situations-problèmes à partir des éléments donnés en S5, S6, S7 et S8.*

▪ *Points de vigilance*

Il est important de constater que le fait de se limiter aux données proposées peut ne pas suffire pour concevoir une situation-problème. Il est nécessaire de les compléter ou de les remanier pour aboutir.

Le retour aux points de vigilance de la question 1 (points qui caractérisent une situation-problème) permet de compléter ou de revisiter les éléments donnés.

Il est également important de revenir sur la démarche de conception des situations-problèmes et en particulier sur le choix :

- d'un niveau de classe pour se situer par rapport au programme ;
- d'un objectif et de compétences à développer avec la situation-problème ;
- des éléments de rédaction.

▪ *Réponses possibles : exemples de situations-problèmes*

S5. Gaston, le vantard en moto, décide de mettre sa moto en état. Il note ce qu'il a acheté : des pneus pour 66 000 francs, des câbles à freins pour 16 000 francs et de la graisse pour 5 900 francs. Combien lui coûte cette mise en état, sachant qu'il doit payer 3 000 francs pour ses déplacements ?

S6. Un bus effectuant le voyage Moroni-Foumbouni transporte 30 passagers dont 17 enfants. À l'arrêt de Chindini 7 passagers dont 2 enfants descendent et 3 adultes montent avec chacun un enfant. À Ouroveni, 7 adultes descendent et des enfants montent.

1. Combien de passagers sont descendus dans le bus durant ce voyage ?
2. Combien de passagers sont arrivés à Foumbouni si on compte 23 enfants à l'arrivée.

S7. L'oncle de Faissoil achète pour la réparation des dégâts causés par le cyclone Kenneth 20 tôles de 3,5 m à 4 000 francs la feuille, 4 chevrons à 4 000 francs l'unité, 2 kg de clous à chapeau à 1 500 francs le kilogramme et 1 kg de clous pointe 70 à 1 000 francs le kilogramme. Il paie 50 000 francs de main-d'œuvre.

1. Quelle est la dépense totale de la réparation ?
2. 10 % de cette dépense représente la ponction d'aide aux sinistrés. À combien s'élève cette ponction ?
3. La dépense totale de réparation représente 60 % du salaire de l'oncle de Faissoil. Quel est le montant de sa paye ?

S8. À l'occasion de la fête de l'Aïd el-Fitr, la maman d'Anlama désire confectionner des robes pour ses quatre filles. Elle achète 1,5 m de tissu Djawa pour la petite, 3 m pour la grande et 2,5 m pour la deuxième. Le tailleur propose 10 m de tissu en prévoyant la perte de 1 m pour les différentes coupes.

1. Quelle est la longueur du tissu de la robe de la troisième fille ?
2. Combien de mètres de tissus sont utilisés exactement pour la confection des robes ?

▪ *Retour sur les points de vigilance liés aux problèmes proposés*

S5. Le niveau de classe est le CE2. L'objectif d'apprentissage concerne le prix d'achat et le prix de revient. Le travail réalisé ici pour rédiger une situation-problème à partir des données proposées comprend la conception d'une question qui donne du sens à la situation et l'ajout d'une donnée (3 000 francs de déplacement) pour renforcer la dimension de recherche.

S6. Le niveau de classe est le CM1. L'objectif d'apprentissage concerne le sens et les techniques des opérations. Le travail réalisé ici pour rédiger une situation-problème à partir des données proposées comprend des précisions entre passagers, adultes et enfants, afin de pouvoir résoudre le problème et lui donner un sens ; la conception de questions qui induisent une recherche, des questionnements et une suite d'actions à élaborer.

S7. Le niveau de classe est le CM. L'objectif d'apprentissage concerne les pourcentages. Le travail réalisé ici pour rédiger une situation-problème à partir des données proposées comprend l'ajout de quelques données (dont la dépense qui représente 60 % du salaire) pour induire des questionnements ; l'ajout d'une question qui impose de calculer un tout à partir de la valeur d'un pourcentage (et non seulement d'appliquer un pourcentage à un tout) et permet ainsi de travailler les obstacles liés aux pourcentages.

S8. Le niveau de classe est le CE1. L'objectif d'apprentissage concerne les mesures de longueur. Le travail réalisé ici pour rédiger une situation-problème à partir des données proposées comprend l'ajout d'une donnée (longueur de tissu pour la deuxième fille) pour que le problème ait un sens ; la conception de questions qui induisent une recherche et des obstacles à dépasser.

► **Question 4 :** *Conception d'une situation-problème à partir d'une situation précédente.*

▪ *Point de vigilance*

La situation S1 (cf. question 1) peut être choisie.

Le niveau de classe choisi est le CP2. L'objectif d'apprentissage concerne le sens et la technique opératoire de la soustraction.

Le travail proposé ci-dessous pour rédiger une situation-problème à partir de ces données comprend l'introduction d'une variable supplémentaire (l'âge des élèves) pour complexifier les questionnements à élaborer ; l'ajout de données pour imposer des recherches à l'élève ; la conception de questions destinées à travailler sur des obstacles et induire des suites d'actions.

▪ *Réponse possible*

Dans une classe de CM2 il y a 36 élèves âgés de 8 à 9 ans.

Au mois de juin de cette année, 18 d'entre eux auront 10 ans dont 6 filles sur un total de 19 filles.

1. Combien de garçons sont dans la classe ?
2. Combien d'élèves auront moins de 10 ans à cette date ?
3. Combien de garçons ont 10 ans ?

ÉTAPE 6 : INTÉGRATION

► Objectif de formation

L'objectif est double. Il s'agit de :

- permettre aux élèves-maitres de mobiliser les savoirs et savoir-faire acquis pour concevoir des situations-problèmes en suivant la démarche professionnelle travaillée précédemment ;
- se faire évaluer individuellement puis co-évaluer par rapport à la compétence cible de conception de situation-problème.

► Description

Les tâches proposées portent sur la conception de situations-problèmes dont on impose le contexte, le niveau de classe ou la notion d'apprentissage visée.

Ces tâches s'approchent ainsi de la mise en œuvre de la compétence de conception de situation-problème en situation réelle, dans le monde professionnel.

■ Consigne

- 1. À partir des informations ci-dessous (que l'on peut compléter ou modifier), concevez une situation-problème destinée au niveau CM :
 - Un marchand vend 100 journaux par jour.
 - Il gagne 10% de la vente des journaux *Massiwa*.
 - 60 journaux *Al-Watwan* et 25 journaux *La Gazette*.
 - 50 francs par journal vendu.
- 2. Concevez une situation-problème de votre choix portant sur le partage égal.
- 3. Proposez des éléments de contexte comme à la question 1 et concevez une situation-problème.
- 4. Définissez un objectif d'apprentissage destiné aux élèves, comme à la question 2, et concevez une situation-problème.

■ Mise en œuvre

Pour chacune des questions ci-dessus, on peut suivre les étapes suivantes :

Étapes	Description	Commentaires
Étape 1 Conception individuelle d'une situation-problème et de sa justification	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lecture de la consigne. ▪ Écriture individuelle d'une situation-problème. ▪ Justification de la qualité de situation-problème. 	L'objectif est que chaque étudiant s'engage dans la recherche et argumente ses choix.
Étape 2 Échanges des énoncés entre pairs et évaluation individuelle	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lecture individuelle de l'énoncé reçu. ▪ Affirmation ou non de la qualité de situation-problème du problème reçu et rédaction d'une justification. 	L'objectif est d'obliger les étudiants à explicitier et à argumenter leurs propositions en vue d'une confrontation lors de l'étape ultérieure.
Étape 3 Confrontation en binôme des justifications	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Confrontation pour déterminer si les productions sont des situations-problèmes ou non et comparaison des justifications. 	Il s'agit ici de comparer les arguments qui peuvent différer , même si l'auteur et le relecteur sont d'accord sur la qualité de situation-problème de la production.
Étape 4 Bilan collectif	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Choix par le formateur de quelques productions d'étudiants. ▪ Présentation de la justification de l'étudiant concepteur de la situation-problème et de celle de son relecteur. ▪ Bilan sur la capacité à s'autoévaluer pour les étudiants. 	Les productions choisies devront faire intervenir des critères différents de conception. Elles pourront porter sur des situations dont le relecteur conteste la qualité de situation-problème.

■ Commentaire destiné au formateur

Cette étape est volontairement très ouverte et les tâches peu contraintes pour se rapprocher des pratiques professionnelles réelles et de la mobilisation de la compétence de conception de situations-problèmes dans des contextes variés.

En conséquence, il est impossible de donner des pistes précises de réponses. Nous nous contentons ici de signaler les points de vigilance qui doivent être négociés avec les élèves-maitres et qui peuvent être :

► *Pour la démarche de conception d'une situation-problème, le choix :*

- d'un niveau de classe pour se situer par rapport au programme ;
- d'un objectif et de compétences à développer avec la situation-problème ;
- des éléments de rédaction.

► *Pour la rédaction elle-même :*

- l'existence d'un sens pour l'élève ;
- la présence de données et d'un but à atteindre ;
- la nécessité d'une démarche de recherche, d'un obstacle à dépasser, d'un questionnement pour les élèves, d'une suite d'actions à élaborer.

Le lecteur qui souhaite disposer d'éléments plus précis se reportera au paragraphe « Commentaire destiné au formateur » de l'étape précédente (fixation/entraînement) qui présente des exemples de productions détaillées et des interventions possibles.

Notons pour finir que les co-évaluations et autoévaluations évoquées ici permettent de préparer les élèves-maitres à d'éventuels apports de remédiation précisés à l'étape suivante.

ÉTAPE 7 : REMÉDIATION/ APPROFONDISSEMENT

► **Objectif de formation**

Il s'agit de permettre aux étudiants de renforcer la compétence de conception de situations-problèmes dans des configurations variées.

Cette étape leur donne ainsi l'occasion d'approcher, sous des angles différents, la compétence professionnelle visée et de la renforcer, la consolider ou de l'approfondir.

► **Description**

Les étudiants sont engagés dans un travail individuel de conception de situations-problèmes en reprenant une suite d'informations données ou de situations mal conçues ou incomplètes.

■ **Consigne**

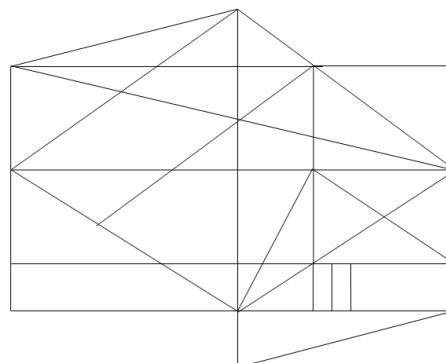
- À partir des indications partielles et des ébauches de rédaction suivantes, rédigez des énoncés de situations-problèmes.

S1. À l'occasion du mariage de son grand-frère, Djimba reçoit de son cousin un costume. Il le retouche et le vend à 20 000 francs. Quel est le prix d'achat de ce costume ?

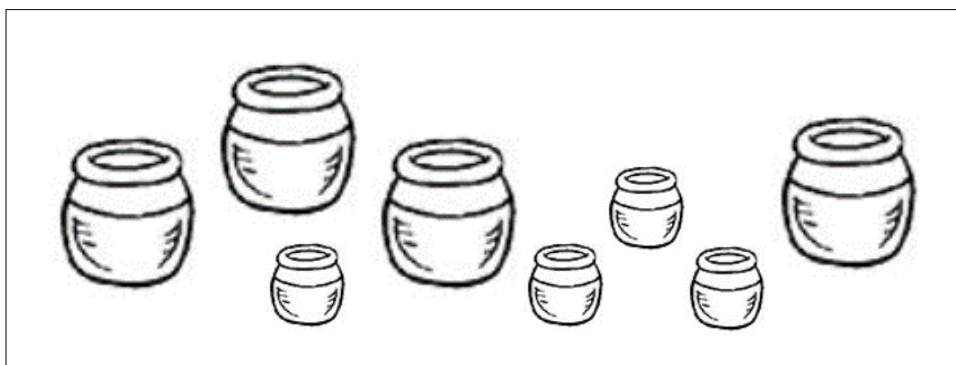
S2. Situation-problème mettant en œuvre la division des nombres décimaux pour une classe de CM1.

S3. Ramadhan, 1 sac de 25 kg de sucre, carton d'huile à 7 500 francs, épices à 2 500 francs, taxi, Volovolo, poissons, 1 carton de mabawa à 9 000 francs, 25 000 francs dans le porte-monnaie.

S4. Dénombrement, classe de CE, nombre de figures, nombres de triangles.



S5. Niveau CP sur les nombres et les couleurs. Observe la figure et réponds à des questions liées aux pots, leur taille, leur nombre.



■ Mise en œuvre

Les étudiants travaillent individuellement avant que le formateur n'organise la séance de restitution en grand groupe.

Le formateur veillera à mettre en valeur la diversité des niveaux d'enseignement dans les productions à présenter. Il organisera des débats et des confrontations et reviendra si nécessaire sur les contenus travaillés à l'étape 3 de structuration des connaissances.

■ Commentaire destiné au formateur

Les éléments précisés à l'étape précédente peuvent être repris, en particulier les points de vigilance qui constituent les points essentiels à acquérir et faire travailler.

Ces points sont :

- Pour la démarche de conception d'une situation-problème, le choix :
 - d'un niveau de classe pour se situer par rapport au programme ;
 - d'un objectif et de compétences à développer avec la situation-problème ;
 - des éléments de rédaction.
- Pour la rédaction elle-même :
 - l'existence d'un sens pour l'élève ;
 - la présence de données et d'un but à atteindre ;
 - la nécessité d'une démarche de recherche, d'un obstacle à dépasser, d'un questionnement pour les élèves, d'une suite d'actions à élaborer.

Le caractère volontairement ouvert des situations proposées empêche d'en donner une correction plus précise. Le lecteur qui souhaite disposer d'éléments plus fins se reportera au paragraphe « Commentaire destiné au formateur » de l'étape 5 (fixation/entraînement) qui présente des exemples de productions détaillées et des interventions possibles.

ÉTAPE 8 : RÉINVESTISSEMENT

▶ **Objectif de formation**

Il s'agit de permettre aux étudiants de mobiliser la compétence de conception de situations-problèmes dans des configurations les plus courantes de la pratique professionnelle.

▶ **Description**

Une suite d'objectifs d'apprentissage est proposée aux élèves-maitres qui ont à concevoir des situations-problèmes à un niveau de classe imposé.

■ **Consigne**

À partir des indications suivantes, proposez des éléments permettant de concevoir une situation-problème pour une classe de CE puis de CM.

- ▶ Situation-problème portant sur la division des nombres décimaux
- ▶ Situation-problème portant sur les mesures de durée.
- ▶ Situation-problème portant sur les mesures agraires.
- ▶ Situation-problème portant sur les pourcentages et la proportionnalité
- ▶ Situation-problème portant sur les volumes et les capacités

■ **Mise en œuvre**

Le travail est individuel.

Le formateur procèdera à un point collectif quand il le jugera nécessaire et au regard de l'avancement de l'ensemble des élèves-maitres.

Le formateur choisira ainsi des productions, valides ou non, que ses auteurs présenteront et qui permettront à l'ensemble du groupe de revenir à tout ou partie de la démarche de conception de situations-problèmes et de leur rédaction. L'objectif sera de revisiter les points de vigilance déjà mentionnés lors de l'étape précédente.

■ Commentaire destiné au formateur

Le lecteur se reportera au commentaire de l'étape précédente (remédiation/approfondissement) pour prendre connaissance des points de vigilance et traitements possibles de l'activité.

L'activité proposée aux élèves-maitres est très ouverte et rend difficile l'indication de pistes pertinentes de correction, une très grande variété des productions étant en effet possible.

Séquence 2

**CONDUIRE
LA RÉOLUTION
D'UNE
SITUATION-
PROBLÈME**

PRÉSENTATION

Pertinence de la séquence

Disposer d'une situation-problème bien conçue et adaptée au niveau de classe ne suffit pas à assurer le bon déroulement de sa résolution avec les élèves. Conduire la résolution d'une situation-problème est une compétence professionnelle à part entière.

Elle exige, de la part de l'enseignant, une posture qui n'est pas celle de l'exposé magistral, mais qui le conduit à accompagner et encourager les élèves dans leur résolution, à leur renvoyer des questions et à organiser des échanges et des confrontations collectives. Une situation-problème même pertinente peut ainsi se révéler peu efficace sur le plan des apprentissages si elle est mise en œuvre de façon directive et transmissive. Pour qu'elle remplisse pleinement ses objectifs, le pilotage de la résolution d'une situation-problème en classe doit organiser la réflexion individuelle des élèves, leurs productions collectives et leurs échanges.

Les raisons précédentes nous amènent à privilégier le travail d'analyse à priori, par l'enseignant, d'une situation-problème donnée. En effet, ce dernier ne peut pas se lancer avec sa classe dans la résolution d'une situation-problème s'il n'a pas identifié les caractéristiques de la situation et s'il n'a pas évalué les erreurs prévisibles que les élèves peuvent commettre ainsi que les réponses qu'il peut leur apporter. L'organisation de la mise en œuvre de la résolution de la situation-problème découle ainsi de l'analyse à priori que le maître aura menée et des dispositifs qu'il aura inférés pour conduire ses élèves à la réussite.

La compétence cible et les compétences associées

La maîtrise de la compétence cible « conduire la résolution d'une situation-problème » s'appuie sur l'acquisition des deux sous-compétences suivantes :

- Conduire l'analyse à priori d'une situation-problème ;
- Identifier les étapes de résolution d'une situation-problème.

La première sous-compétence permet d'anticiper les difficultés, obstacles et erreurs des élèves. La seconde permet de choisir les étapes qu'il faudra mettre en place pour traiter les difficultés prévisibles. Il restera à définir une mise en œuvre des différentes étapes retenues qui soit adaptée à la classe et qui jouera sur des temps de recherche individuelle

pour les élèves, des travaux en groupe et des bilans collectifs avec des échanges entre pairs et les apports du maître.

Précisions complémentaires

Comme pour la séquence 1 (conceptions de situations-problèmes), le choix a été fait dans ce qui suit de centrer le travail sur les situations-problèmes intégrant des données numériques. Ce choix ne restreint pas la généralité des démarches et des analyses proposées qui s'étendent facilement à des domaines autres, tels que la logique, la géométrie ou les grandeurs.

À l'image de la séquence précédente, les étapes qui suivent proposent des mises en œuvre auprès des élèves-maîtres afin que les tâches mentionnées favorisent au mieux l'acquisition des compétences professionnelles visées. Des temps de réflexion individuelle sont ainsi proposés, qui alternent avec l'organisation d'échanges entre pairs, de validations mutuelles, de confrontations et de synthèses collectives.

ÉTAPE 1 : MISE EN SITUATION

► Objectif de formation

L'objectif de cette phase est d'amener les élèves-maitres à réfléchir à la conduite de résolution d'une situation-problème avec les élèves.

► Description

L'idée est de proposer aux élèves-maitres :

- une situation-problème ;
- des réponses erronées proposées par des élèves.

Les élèves-maitres vont ainsi s'engager dans un travail :

- d'identification de caractéristiques de la situation pour en évaluer les difficultés de résolution ;
- de compréhension de l'origine des erreurs des élèves et des phases de travail à mettre en place dans la classe pour éviter qu'elles ne se produisent.

Cette démarche amène ainsi les élèves-maitres à travailler les deux sous-compétences associées à la compétence de conduite de la résolution d'une situation-problème et qui sont :

- conduire l'analyse à priori d'une situation-problème ;
- identifier les étapes de résolution d'une situation-problème.

■ Consigne

Dans les lignes qui suivent, on donne une situation-problème et des réponses erronées de quelques élèves qui l'ont résolue.

Il est demandé de/d' :

- **1.** Analyser la situation-problème. Identifier des éléments qui permettent d'évaluer ses difficultés de résolution. En déduire des phases de travail qu'il serait pertinent de mettre en place avec les élèves.
- **2.** Déterminer l'origine des erreurs des élèves. Proposer des phases de résolution que le maître aurait intérêt à mettre en place pour les éviter.

Énoncé de la situation-problème :

Dans une classe de CM2 il y a 36 élèves âgés de 8 à 9 ans. Au mois de juin de cette année, 18 d'entre eux auront 10 ans dont 6 filles sur un total de 19 filles.

1. Combien de garçons sont dans la classe ?
2. Combien d'élèves auront moins de 10 ans en juin de cette année ?
3. Combien de garçons auront 10 ans en juin ?

Réponses de quelques élèves :

1. Combien de garçons sont dans la classe ?

Prénom de l'élève	Réponse
Ikbal	$36 - 10 = 46$ 46 garçons
Zaina	Il y a $36 - 19 = 18$ garçons

2. Combien d'élèves auront moins de 10 ans en juin de cette année ?

Prénom de l'élève	Réponse
Elhad	$36 - 6 = 30$ en tout
Natidja	18

3. Combien de garçons auront 10 ans en juin ?

Prénom de l'élève	Réponse
Anbide	$18 - 6$ 12
Sidi	$36 - 19 = 17$ garçons

■ Mise en œuvre

Le formateur proposera à ses élèves-maitres une alternance de travail individuel, de confrontation au sein de groupes d'au plus quatre et de bilans collectifs.

Le but est d'organiser des phases qui permettent aux élèves-maitres de formuler leurs représentations et de les argumenter auprès de leurs pairs. Ils pourront ainsi les enrichir, les faire évoluer et se construire des connaissances personnelles.

■ Éléments de bilan et de correction

PRÉAMBULE

De nombreuses propositions peuvent être produites par les élèves-maitres. Il nous est impossible d'en faire ici un inventaire détaillé. Le formateur jugera de leur intérêt, des suites à leur donner et des débats qu'ils peuvent susciter dans tous les cas de figure.

Nous avons fait le choix, dans ce paragraphe, de formuler des propositions non exhaustives mais pertinentes et qui s'inscrivent dans les contenus institutionnalisés présentés dans ce livret, à l'étape 4 de structuration des contenus. Ces propositions peuvent constituer un ensemble d'objectifs de discussion à organiser avec les élèves-maitres qui les retrouveront, de façon cohérente, tout au long de cette séquence de formation.

- **1.** Analyser la situation-problème. Identifier des éléments qui permettent d'évaluer ses difficultés de résolution. En déduire des phases de travail qu'il serait pertinent de mettre en place avec les élèves.

La phase préalable d'analyse de la situation-problème, également appelée analyse à priori, est une phase essentielle. Elle permet en effet d'évaluer la difficulté de la situation-problème, d'en déduire les principales phases de résolution et d'anticiper ainsi la conduite de la résolution avec la classe.

Voici quelques éléments qui font partie de cette analyse à priori. Ils proviennent d'une liste qui est proposée à l'étape 4 de structuration des contenus.

- *Identification des éléments de contexte*
 - Le niveau de classe est le CP2.
 - L'objectif d'apprentissage concerne le sens et la technique opératoire de la soustraction.
- *Identification des éléments liés à la forme de l'énoncé*
 - La situation concerne une classe et les garçons et les filles âgés de plus ou moins 10 ans. En conséquence, le vocabulaire de l'énoncé ne pose aucun problème.
 - Les informations sont présentées clairement.
- *Résolution de la situation-problème*

Résoudre la situation-problème est une étape essentielle pour anticiper les difficultés éventuelles que connaîtront les élèves. Il est également possible de répertorier d'autres résolutions, moins expertes ou moins directes, mais que certains élèves pourraient utiliser.

La situation-problème étudiée peut se représenter avantageusement à l'aide du tableau ci-dessous, qui permet d'avoir une vue d'ensemble des données et des questions et donc d'organiser le traitement d'une solution.

Les données de l'énoncé sont placées dans des cases grisées. Les cases qui correspondent à l'une des questions y sont indiquées. Les contenus de toutes les autres cases sont tous calculés, même si elles ne correspondent à aucune question. Ils pourraient faire l'objet de questions complémentaires. [Voir table en page suivante.]

En juin de cette année, nombre d'élèves...	Garçons	Filles	Total
de moins de 10 ans	5	13	Question 2 18
de 10 ans	Question 3 12	Donnée de l'énoncé 6	Donnée de l'énoncé 18
Total	Question 1 17	Donnée de l'énoncé 19	Donnée de l'énoncé 36

► *Identification des difficultés prévisibles que pourraient connaître les élèves*

La résolution précédente permet de voir que le problème se résout par des soustractions, qui prises isolément ne posent pas réellement de problème de sens. À chaque fois, en effet, la soustraction permet, à partir des effectifs d'un ensemble et d'une partie, d'obtenir l'effectif de l'autre partie qui compose l'ensemble.

En revanche, il apparaît clairement que la principale difficulté de la situation réside dans le choix des bonnes données. Ces dernières sont en effet croisées sur deux dimensions, le genre pour la première (filles/garçons) et l'âge pour la seconde (plus ou moins 10 ans en juin).

Les erreurs prévisibles sont ainsi des erreurs sur les données. Bien entendu, l'abondance de ces données peut également perturber la compréhension des élèves et induire de mauvaises représentations de la situation qui vont déboucher sur des erreurs d'opérations. Bien évidemment, les erreurs de calculs ne sont pas à négliger.

► *Conséquences sur les étapes de travail à mettre en place avec les élèves*

Le point précédent montre la nécessité de mettre en place soigneusement la phase de représentation du problème. La mise en œuvre peut passer par l'écriture individuelle de phrases du type « *tel nombre représente tel effectif* » qui seront ensuite discutées collectivement. Un jeu de questions/réponses peut également être proposé entre des groupes d'élèves, avec des questions du type « *que représente tel nombre ?* » et « *quel est l'effectif de tel groupe ?* ».

► **2. Première partie** : déterminer l'origine des erreurs des élèves.

Comme indiqué plus haut, les éléments de correction proposés ici sont fortement inspirés des contenus institutionnalisés proposés à l'étape 4, celle de la structuration des contenus. Ce choix assure la cohérence du livret. Il est bien entendu possible de débattre d'autres propositions que pourront produire les élèves-maitres et que le formateur intégrera dans le travail avec le groupe.

Les modalités de mises en œuvre avec les élèves ne sont pas précisées. Selon les cas, elles pourront être individuelles, collectives ou réalisées en petits groupes d'au plus quatre.

Question 1. *Combien de garçons sont dans la classe ?*

- ▶ Rappel de l'erreur à traiter :

Prénom de l'élève	Réponse de l'élève
Ikbal	$36 - 10 = 46$ 46 garçons

- ▶ Analyse et propositions :

Erreur	Phases à mettre en place par le maître
Erreur de donnée : 10 ans ne peut pas être impliqué dans les calculs du nombre d'élèves	Faire identifier la signification des informations essentielles. Faire écrire des phrases sur ce que représentent les données et catégoriser les données (nombre d'élèves, âge...).
Erreur de calcul, une addition a été effectuée au lieu de la soustraction indiquée	Revenir sur la technique opératoire de la soustraction. On peut faire observer qu'il s'agit de retirer une dizaine à 36.
Résultat invalide	Justifier l'exactitude et la pertinence des réponses obtenues. Il n'est pas possible de trouver 46 garçons car il n'y a que 36 élèves.

- ▶ Rappel de l'erreur à traiter :

Prénom de l'élève	Réponse
Zaina	Il y a $36 - 19 = 18$ garçons

- ▶ Analyse et propositions :

Erreur	Phases à mettre en place par le maître
Erreur de calcul	Faire rappeler la procédure de calcul des opérations. Insister sur les retenus dans l'exécution de l'opération de soustraction.

Question 2. *Combien d'élèves auront moins de 10 ans en juin de cette année ?*

- ▶ Rappel de l'erreur à traiter :

Prénom de l'élève	Réponse
Elhad	$36 - 6 = 30$ en tout

- Analyse et propositions :

Erreur	Phases à mettre en place par le maitre
Erreur de choix de donnée	Faire découvrir ce que représente chaque valeur numérique de l'énoncé et insister sur la possibilité d'avoir des données inutiles.

- Rappel de l'erreur à traiter :

Prénom de l'élève	Réponse
Natidja	18

- Analyse et propositions :

Erreur	Phases à mettre en place par le maitre
Réponse juste non justifiée	Faire expliciter et poser l'opération qui a conduit à la réponse fournie.

Question 3. *Combien de garçons auront 10 ans en juin ?*

- Rappel de l'erreur à traiter :

Prénom de l'élève	Réponse
Anbide	18 – 6 12

- Analyse et propositions :

Erreur	Phases à mettre en place par le maitre
Bonne réponse avec justification	Faire verbaliser les raisons de l'exactitude de la réponse donnée.

- Rappel de l'erreur à traiter :

Prénom de l'élève	Réponse
Sidi	36 – 19 = 17 garçons

- Analyse et propositions :

Erreur	Phases à mettre en place par le maitre
Confusion de consigne	Faire découvrir les différentes possibilités de formulations de consignes.

- **2. Seconde partie** : proposer des phases de résolution que le maître aurait intérêt à mettre en place pour éviter ces erreurs.

L'analyse à priori met en évidence la nécessité de travailler la phase de représentation du problème et en particulier le sens des données. La seule opération en jeu, la soustraction, ne pose pas de problème particulier. Elle est en effet utilisée dans le contexte du calcul de l'effectif d'une partie, connaissant les effectifs de la totalité de la seconde partie, ce qui est en principe acquis à ce niveau de classe.

Comme nous le signalions en fin d'analyse à priori, les phases de travail à mettre en place avec la classe peuvent être :

- *Travail individuel*
 - Écriture des données et de leur sens. EXEMPLE : *19 est le nombre de filles.*
 - Écriture des questions. EXEMPLE : *On demande le nombre de garçons.*
- *Travail en groupe ou en binôme*
 - Questions mutuelles : EXEMPLES : *Que représente 19 ? Que demande-t-on ?*
- *Bilan collectif avec le maître*
 - Écriture au tableau des données et des questions.
 - Travail oral sur les relations entre données. EXEMPLE : *Les effectifs des filles et de garçons sont reliés avec quelle autre donnée ?*

Les autres étapes peuvent être regroupées et mises en œuvre sous forme de bilans collectifs ou en laissant les élèves travailler en autonomie. Nous ne listons pas ici les multiples options possibles, dont beaucoup sont pertinentes.

Pour guider une restitution avec les élèves-maîtres, nous donnons la liste des différentes phases présentées à l'étape 4 et sur laquelle le formateur peut s'appuyer.

Phases	Étapes de résolution d'une situation-problème
Phase de représentation du problème	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Élaborer une représentation du contexte par le biais de dessins, de schémas, de tableaux, de situations jouées sous forme de mimes ; ▪ Identifier la signification des informations essentielles ; ▪ Sélectionner les données utiles.
Phase d'opérationnalisation	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Définir une stratégie de résolution ; ▪ Opter pour le choix des opérations ; ▪ Hiérarchiser les opérations ; ▪ Effectuer les calculs.
Phase de validation des résultats trouvés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Justifier l'exactitude et la pertinence des réponses obtenues.

ÉTAPE 2 : RÉALISATION D'UNE TÂCHE

► Objectif de formation

L'objectif de cette étape est de permettre aux élèves-maitres de s'exercer à mettre en place la résolution d'une situation-problème avec leurs élèves, après avoir procédé à une analyse à priori de la situation.

La tâche proposée se rapproche de celle de l'étape précédente sauf qu'ici les exigences dans la solidité et l'argumentation des propositions seront plus conséquentes. Nous n'en sommes plus à une phase d'exploration et de découverte, mais à une phase de propositions de solutions professionnelles.

■ Consigne

On considère la situation-problème dont l'énoncé est ci-dessous :

- 1. Procédez à une analyse à priori de la situation-problème pour identifier les difficultés prévisibles de résolution.
- 2. Déduisez-en des phases de travail qu'il serait pertinent de mettre en place avec les élèves en proposant des mises en œuvre possibles.

Énoncé de la situation-problème :

Monsieur Samba a ramassé 310 œufs en une semaine dans son poulailler. Il les range dans 30 boîtes de six et dans 13 autres boîtes de même contenance et qu'il remplit entièrement à chaque fois.

1. Combien d'œufs contient chacune des 13 boîtes ?
 2. Si chaque poule pond 10 œufs par semaine, combien de poules compte le poulailler de Samba ?
-

■ Mise en œuvre

L'objectif est que, pour chacune des deux questions, les étudiants conçoivent, après un travail individuel, des propositions en groupes et qu'ils se les échangent entre groupes. Cela permet des relectures critiques et nourrit un débat argumenté entre pairs, avant que le formateur ne propose une synthèse et un bilan final.

Pour chacune des questions, la mise en œuvre peut être la suivante :

Étapes	Description	Commentaires
Étape 1 Travail individuel	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Chaque élève-maitre cherche à répondre à la question posée. 	L'objectif est que chaque élève-maitre dispose de premières propositions qu'il pourra enrichir, défendre et faire évoluer.
Étape 2 Travail en groupe	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Chaque groupe élabore une réponse commune à partir des propositions individuelles. 	Chaque membre du groupe devra argumenter ses choix, intégrer les représentations de ses pairs pour que le groupe puisse arriver à une production commune.
Étape 3 Échange des productions	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Les groupes s'échangent leur production. Chaque groupe récepteur élabore une analyse de la production reçue : analyse critique, suggestions, compléments, commentaires... 	L'objectif est de permettre aux groupes d'intégrer d'autres points de vue et de débattre.
Étape 3 Bilan collectif	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Le formateur donnera la parole à quelques groupes dont il aura repéré les productions au préalable. ▪ Les groupes récepteurs associés indiqueront également les analyses qu'ils ont réalisées. 	Le formateur organisera un débat et complètera en indiquant des points non traités ou des alternatives possibles.

ÉTAPE 3 : ANALYSE DES PRODUCTIONS

■ Rappel de la consigne

On considère la situation-problème dont l'énoncé est ci-dessous :

- ▶ 1. Procédez à une analyse à priori de la situation-problème pour identifier les difficultés prévisibles de résolution.
- ▶ 2. Déduisez-en des phases de travail qu'il serait pertinent de mettre en place avec les élèves en proposant des mises en œuvre possibles.

Énoncé de la situation-problème :

Monsieur Samba a ramassé 310 œufs en une semaine dans son poulailler. Il les range dans 30 boîtes de six et dans 13 autres boîtes de même contenance et qu'il remplit entièrement à chaque fois.

1. Combien d'œufs contient chacune des 13 boîtes ?
 2. Si chaque poule pond 10 œufs par semaine, combien de poules compte le poulailler de Samba ?
-

■ Éléments de correction

PRÉAMBULE

Les éléments donnés ici s'inscrivent dans la lignée des indications données à l'étape 4 portant sur la structuration des contenus. Ce choix assure une cohérence, tout au long du livret, des compétences professionnelles travaillées.

Le formateur pourra proposer aux élèves-maitres certains des points recensés ci-dessous qu'ils n'auraient pas proposés. Il pourra également prendre en considération d'autres propositions des élèves-maitres, quelle que soit leur pertinence, l'objectif étant de nourrir un débat entre formés.

- ▶ 1. Procédez à une analyse à priori de la situation-problème pour identifier les difficultés prévisibles de résolution

Voici quelques éléments de l'analyse à priori :

► *Identification des éléments de contexte*

- Le niveau de classe est le CM.
- L’objectif d’apprentissage concerne le sens des opérations et la stratégie de résolution.

► *Identification des éléments liés à la forme de l’énoncé*

Il n’y a pas de difficultés particulières dans la formulation de l’énoncé. Il faut noter l’écriture en lettre (*six*) d’une donnée essentielle pour la résolution, ainsi que l’éventuelle difficulté à bien comprendre la formulation « [les autres boîtes] qu’il remplit entièrement à chaque fois », ce qui suppose qu’il ne reste aucun œuf non emballé.

► *Résolution de la situation-problème*

Intéressons-nous à la question 1, dans un premier temps.

La résolution du problème permet d’évaluer sa difficulté et les connaissances en jeu.

Nous proposons différentes présentations qui vont permettre à la fois de le résoudre et de disposer d’une vue d’ensemble de la situation, qui sera probablement utile lors du travail avec la classe.

❶ REPRÉSENTATION 1 : sous forme de tableau.

Le tableau suivant montre la place des données et des questions.

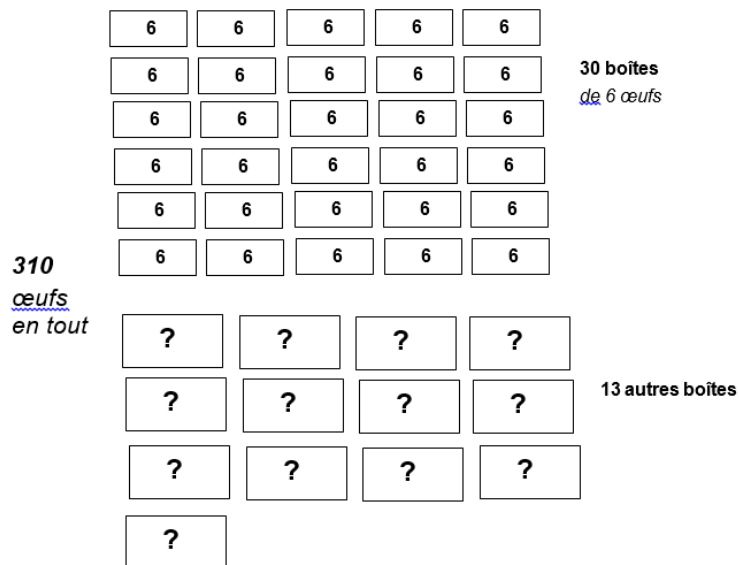
Types de boîtes	Nombre d’œufs par boîte	Nombre de boîtes	Nombre d’œufs
Boîtes de 6	Donnée de l’énoncé 6	Donnée de l’énoncé 30	Question intermédiaire 1a 180
Autres boîtes	Question 1 10	Donnée de l’énoncé 13	Question intermédiaire 1b 130
Total		43	Donnée de l’énoncé 310

❷ REPRÉSENTATION 2 : sous forme de dessins.

→ *Des dessins plus ou moins complets peuvent permettre de mieux appréhender la situation. [Voir illustration en page suivante.]*

❸ REPRÉSENTATION 3 : avec des « vraies » boîtes manipulées.

→ *Des actions mimées et la manipulation de boîtes peut permettre de mieux se représenter la situation.*



Pour répondre à la question 1, il faut procéder par étapes et répondre à 2 questions intermédiaires non posées :

- Le nombre d’œufs empaquetés dans les boîtes de 6 sont : $6 \times 30 = 180$ œufs ;
- Le nombre d’œufs répartis dans les autres boîtes sont : $310 - 180 = 130$ œufs ;
- La contenance d’une boîte est : $130 \div 13 = 10$ œufs.

La question 2 est indépendante de la question 1.

Pour y répondre, il suffit de procéder à une division.

Le nombre de poules est : $310 \div 10 = 31$ poules.

Pour calculer le résultat, on peut soit poser la division soit s’appuyer sur la numération. En effet, effectuer la division de 310 par 10 revient à déterminer le nombre de dizaines présentes dans 310 unités, soit 31.

Le bilan de cette résolution montre que les connaissances principales en jeu sont, d’une part, le sens des opérations et, d’autre part, la stratégie de résolution avec la détermination de questions intermédiaires.

► *Identification des difficultés prévisibles que pourraient connaître les élèves*

L’abondance des données de types différents peut constituer une difficulté à se représenter le problème. En particulier, la confusion entre le nombre d’œufs et le nombre de boîtes est possible.

La nécessité d’élaborer une stratégie de résolution constitue une autre difficulté, puisque la réponse à la question 1 ne s’obtient pas à l’aide d’une seule opération.

Pour résoudre le problème, il faut maîtriser le sens des opérations et parvenir à les effectuer, même si les nombres utilisés ici sont relativement simples.

► *Conséquences sur les étapes de travail à mettre en place avec les élèves*

Il résulte des points précédents que les phases de travail à mettre en place avec les élèves sont :

- l'identification des données ;
- la mise au point d'une stratégie de résolution qui passe par la conception de questions intermédiaires ;
- la maîtrise du sens des opérations.

► **2.** Déduisez-en des phases de travail qu'il serait pertinent de mettre en place avec les élèves en proposant des mises en œuvre possibles.

La trame de propositions peut être celle qui est proposée à l'étape 4 sur la structuration des contenus. Toute autre organisation peut également être retenue, si elle traite les points principaux.

Dans le tableau ci-dessous, les cases grisées signalent les étapes qui doivent être menées avec attention. Cette proposition n'est qu'une possibilité parmi d'autres. Elle devra être adaptée aux spécificités des différentes classes.

Les points non développés peuvent ne pas être traités et laissés à la charge de chaque élève.

Phases	Étapes de résolution d'une situation-problème	Étapes de résolution d'une situation-problème
Phase de représentation du problème	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Élaborer une représentation du contexte par le biais de dessins, de schémas, de tableaux, de situations jouées sous forme de mimes. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Travail individuel</i> : les élèves proposent une représentation du problème (schémas, phrases, dessin, tableau...); le maître passe dans les rangs et repère des productions intéressantes. ▪ <i>Bilan collectif</i> : le maître organise un bilan au tableau à partir de quelques propositions qu'il a repérées; ces propositions doivent être variées.
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Identifier la signification des informations essentielles. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Travail en binôme</i> : les élèves doivent dresser la liste des données et connaître leur signification. ▪ <i>Bilan collectif</i> : le maître organise un jeu de questions/réponses collectives sur la signification des données (EXEMPLE : <i>Que représente 36?</i>) et leur valeurs (EXEMPLE : <i>Quel est le nombre total d'œufs?</i>); certaines demandes peuvent correspondre à des questions de l'énoncé.
		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Sélectionner les données utiles.

CONDUIRE LA RÉOLUTION D'UNE SITUATION-PROBLÈME

Phases	Étapes de résolution d'une situation-problème	Étapes de résolution d'une situation-problème
Phase d'opération-nalisation	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Définir une stratégie de résolution. ▪ Opter pour le choix des opérations. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Travail en groupes d'au plus quatre</i> : les élèves travaillent individuellement quelques minutes pour établir une stratégie de résolution (EXEMPLE : <i>Pour répondre à la question, il faut d'abord calculer...</i>). ▪ <i>Bilan collectif</i> : s'il en ressent la nécessité, le maître peut procéder à un court bilan collectif qui insistera sur certains points (exemples d'erreurs les plus courantes). ▪ <i>Travail individuel</i> : les élèves reprennent leur résolution en échangeant et confrontant leurs réponses.
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Hiérarchiser les opérations. 	
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Effectuer les calculs. 	
Phase de validation des résultats trouvés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Justifier l'exactitude et la pertinence des réponses obtenues. 	

■ **Exemples de productions des élèves-maitres et pistes de travail**

Le tableau ci-dessous propose des productions possibles des élèves-maitres et indique les pistes de travail qui peuvent être discutées avec eux.

Les éléments de correction servent de guides à l'identification de pistes de travail à travailler avec les élèves-maitres. Tout manque ou tout écart peut être le point d'une réflexion critique et d'améliorations des propositions initiales.

Nous ne présentons à chaque fois que deux productions possibles, pour illustrer la démarche.

- 1. Procédez à une analyse à priori de la situation-problème pour identifier les difficultés prévisibles de résolution

Exemples de propositions des élèves-maitres	Analyse	Pistes de travail avec le groupe
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Énoncé difficile. ▪ Résolution complexe. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Qualification peu informative : <i>difficile</i> et <i>complexe</i> doivent être détaillés et argumentés. ▪ Aucune argumentation. ▪ Des éléments oubliés. 	Chercher collectivement ce qui peut donner du sens à ces mots trop généraux. Il est possible de se référer aux éléments de correction donnés plus haut.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Confusion possible entre 310 et 30. ▪ 30 et 13 vont être confondus. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Explicitation insuffisante, il ne faut pas s'en tenir aux nombres mais à ce qu'ils représentent : <ul style="list-style-type: none"> – la première phrase signifie que l'élève peut confondre 310 œufs avec 30 boîtes, donc qu'il peut mélanger nombre de boîtes et nombre d'œufs ; – la seconde qu'il peut assimiler 30 boîtes et 13 boîtes sans prendre garde au fait que ces types de boîtes ne contiennent pas le même nombre d'œufs. ▪ Seules les erreurs possibles sont traitées, oubli des autres points. 	Faire bien expliciter les élèves-maitres sur les contenus qu'ils pointent. Ils ne doivent pas s'en tenir à des informations de surface et doivent disposer d'assez de recul pour envisager d'autres points de l'analyse à priori comme les représentations du problème, le niveau de classe, la résolution et ses stratégies...

- 2. Déduisez-en des phases de travail qu'il serait pertinent de mettre en place avec les élèves en proposant des mises en œuvre possibles.

Exemples de propositions des élèves-maitres	Analyse	Pistes de travail avec le groupe
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lire l'énoncé. ▪ Comprendre l'énoncé. ▪ Choisir les opérations. ▪ Faire les calculs. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Intitulé générique et passe-partout trop peu informatif (on ne sait pas comment on fait pour <i>comprendre l'énoncé</i>). ▪ Aucune mention de mise en œuvre auprès des élèves. 	Aller au-delà des désignations non informatives et mettre du contenu opérationnel en se référant aux éléments de correction par exemple.

Exemples de propositions des élèves-maitres	Analyse	Pistes de travail avec le groupe
<ul style="list-style-type: none"> ▪ [Extrait] ▪ Demander à un élève ce qui signifie 310. ▪ Si la réponse est fausse, demander aux autres de rectifier. ▪ Demander aux élèves ce que signifie 13... 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Les phases sont trop détaillées et donc non opérationnelles. ▪ Il manque une structuration en grandes phases signifiantes (EXEMPLE : <i>identifier les données</i>). ▪ La mise en œuvre repose exclusivement sur un dialogue entre les élèves et le maitre. 	<p>Il faut repérer les points qui constituent des difficultés et les traiter avec des phases de travail individuel, de travail en groupe, de relecture de propositions ou de questionnements mutuels entre pairs suivis de bilans collectifs dirigés par le maitre.</p>

ÉTAPE 4 : STRUCTURATION DES CONTENUS

► Objectif de formation

L'objectif de cette étape est d'institutionnaliser les connaissances professionnelles que doivent posséder les élèves-maitres pour parvenir à faire résoudre des situations-problèmes par leurs élèves.

► Description

L'activité cherche à favoriser une attitude active de la part des élèves-maitres et à lutter contre leur passivité. Il leur est ainsi demandé de puiser dans leur expérience acquise lors des étapes précédentes pour expliciter et formaliser les connaissances à retenir.

C'est ainsi que sont proposées des phases de recherche individuelle, avant une confrontation en grand groupe. Une comparaison avec les contenus institutionnalisés proposés ci-dessous viendra clore cette étape d'institutionnalisation des connaissances professionnelles liés à la conduite de résolution des situations-problèmes.

■ Consigne

- 1. Que doit comporter la phase d'analyse à priori d'une situation-problème, afin de permettre une organisation optimale de la résolution par les élèves?
- 2. Quelles sont les différentes étapes à suivre pour faire résoudre une situation-problème par les élèves?

■ Mise en œuvre

Elle peut être la suivante :

Étapes	Description et commentaires
Étape 1 Production individuelle pour les 2 tâches	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lecture de la consigne. ▪ Production individuelle.
Étape 2 Constitution d'une proposition collective	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Écriture par le formateur, au tableau, d'une proposition collective sur l'analyse à priori d'une situation-problème et sur la conduite de leur résolution. ▪ Cette proposition collective s'obtient à partir des productions individuelles qui sont filtrées si nécessaire.

Étapes	Description et commentaires
Étape 3 Découverte individuelle des contenus institutionnalisés (voir ci-dessous)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Distribution à chaque élève-maitre des contenus institutionnalisés et lecture individuelle.
Étape 4 Travail individuel à partir des productions individuelles et des contenus institutionnalisés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Recherche individuelle des différences entre productions individuelles et contenus institutionnalisés. ▪ Mention des concordances, des manques, des convergences.
Étape 5 Bilan collectif	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Élaboration d'une synthèse sur les difficultés à intégrer certains éléments liés à l'analyse à priori d'une situation-problème et sur la conduite de leur résolution.

■ **Contenus institutionnalisés**

Ces contenus se focalisent sur des situations-problèmes numériques. Ce choix ne restreint pas la portée et la généralité des idées exprimées ci-après, qui pourront être adaptées sans difficulté à des situations-problèmes non numériques.

La mise en place de la résolution d'une situation-problème dans une classe nécessite de maîtriser les deux compétences professionnelles suivantes :

1. Être capable de réaliser une analyse à priori de la situation-problème.

L'analyse à priori permet d'anticiper les erreurs, difficultés et obstacles qui peuvent survenir lors de la résolution d'une situation-problème par les élèves. Cette analyse est déterminante, car elle induira le choix des étapes de résolution sur lesquelles le maitre insistera. Par exemple, les étapes de résolution à mettre en place seront différentes selon que l'analyse à priori indiquera que la difficulté de résolution réside dans le choix des opérations ou dans la compréhension et la sélection des données.

2. Connaître les différentes étapes qui permettent de résoudre une situation-problème.

La connaissance des différentes étapes de la résolution d'une situation-problème est en conséquence indispensable. À partir du résultat de l'analyse préalable, le maitre doit choisir les étapes qui permettront de traiter les difficultés attendues de la part des élèves. Selon les cas, certaines étapes pourront être conduites collectivement et rapidement si elles ne correspondent à aucune difficulté pour la classe. En revanche, d'autres étapes, qui traitent des obstacles prévisibles, devront être soigneusement mises en place, avec par exemple des recherches individuelles puis en groupes suivies de bilans collectifs.

Réaliser une analyse à priori d'une situation-problème

Cette analyse nécessite de réaliser les phases suivantes :

- *Identifier des éléments de contexte :*
 - déterminer l'objectif d'apprentissage, c'est-à-dire les connaissances visées pour les élèves;
 - déterminer le niveau de classe;
- *Identifier des points de difficultés liés à la forme de l'énoncé :*
 - déterminer le niveau de difficulté du vocabulaire, l'existence d'expressions particulières ou de tournures de phrases complexes;
 - évaluer la complexité des informations données et de leur agencement (nature et nombre d'informations, nombre d'informations dans une même phrase, ordre d'apparition de ces informations, place de la question dans l'énoncé...);
- *Résoudre la situation-problème :*
 - résoudre la situation-problème afin d'en repérer les difficultés;
 - identifier d'autres procédures de résolution que les élèves seraient susceptibles de produire;
- *Identifier les difficultés prévisibles que pourraient connaître les élèves :*
 - identifier les obstacles et difficultés particulières de la situation-problème en pensant aux différentes phases de sa résolution (représentation, opérationnalisation ou prise de recul, cf. ci-dessous);
 - identifier les erreurs possibles des élèves, quelle que soit la phase de résolution.

Le point complémentaire suivant est également à retenir.

Choisir les points de l'analyse à priori à développer

Pour mener à bien l'analyse à priori, il n'est pas nécessaire d'effectuer la totalité des phases précédentes. Le choix des étapes à retenir est dépendant de la situation-problème.

Par exemple, si l'énoncé est facile d'accès, l'identification des éléments liés à la forme de l'énoncé est inutile.

En revanche, le traitement des autres points est généralement indispensable, même si ces différents éléments peuvent être plus ou moins développés selon les cas.

Les contenus qui suivent proviennent du livret IFADEM de formation continue n° 4, *Mettre en oeuvre efficacement la situation-problème et les activités géométriques à l'école primaire*. Ils sont une synthèse, enrichie, des contenus des pages 24, 28 et 29 de ce livret.

Identifier les phases de résolution d'une situation-problème

La résolution d'une situation-problème comprend une succession d'étapes que le maître devra organiser pour ses élèves.

Le tableau ci-dessous détaille ces différentes étapes de résolution en les groupant par phases.

Phases	Étapes de résolution d'une situation-problème
Phase de représentation du problème	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Élaborer une représentation du contexte par le biais de dessins, de schémas, de tableaux, de situations jouées sous forme de mimes. ▪ Identifier la signification des informations essentielles. ▪ Sélectionner les données utiles.
Phase d'opérationnalisation	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Définir une stratégie de résolution. ▪ Opter pour le choix des opérations. ▪ Hiérarchiser les opérations. ▪ Effectuer les calculs.
Phase de validation des résultats trouvés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Justifier l'exactitude et la pertinence des réponses obtenues.

Les points complémentaires suivants sont également à prendre en compte.

Procéder à des aller-retour entre phases de résolution

Il est à noter que bien souvent la résolution d'une situation-problème n'est pas linéaire, mais passe par des aller-retour entre phases.

Ainsi, il peut arriver qu'une première représentation erronée du problème permette d'aborder la phase d'opérationnalisation. L'échec du déroulement de cette phase peut amener l'élève à revenir sur sa représentation du problème et lui faire prendre conscience de son caractère erroné. Ce travail réflexif peut alors amener l'élève à rectifier sa représentation et revenir à une nouvelle phase d'opérationnalisation.

Choisir des phases de résolution et leurs modalités de mise en œuvre

Le résultat de l'analyse à priori indiquera les phases de résolution que le maître devra mettre soigneusement en place avec ses élèves.

Selon les cas, certaines phases pourront être ainsi traitées rapidement et collectivement. C'est le cas, par exemple, lorsque l'analyse à priori n'a pas pointé d'obstacle particulier qui s'y rapporte.

Dans d'autres contextes, tout au contraire, des phases devront être déclinées sous forme de recherches individuelles, puis de confrontations en groupes et de bilans collectifs. C'est le cas, par exemple, lorsque ces phases correspondent à des difficultés prévisibles de la part des élèves.

Illustrons sur un exemple le dernier point mentionné ci-dessus.

Plaçons-nous dans le cas où la sélection des bonnes informations est repérée comme une difficulté prévisible. La phase de sélection des données utiles doit alors être mise en place.

La modalité de mise en œuvre peut alors passer par un jeu de questions/réponses entre élèves ou entre groupes, qui permettra à chaque élève de repérer les informations voulues avec des questions du type : *Que représente 36 dans ce problème ?* ou *Quel est le prix unitaire d'une paire de chaussures ?*

ÉTAPE 5 : FIXATION/ENTRAÎNEMENT

► Objectif de formation

C'est une étape de consolidation et d'appropriation de la compétence cible.

Il s'agit de revisiter l'acquisition des sous-compétences associées à la conduite à la résolution d'une situation-problème, notamment :

- l'analyse à priori de la situation-problème ;
- la proposition des étapes à mettre en œuvre pour la résolution d'une situation-problème.

► Description

Nous proposons ici des tâches permettant aux élèves-maitres de s'entraîner progressivement sur :

- la réalisation d'une analyse à priori d'une situation-problème ;
- l'identification des étapes de résolution d'une situation-problème.

■ Consigne

À partir des situations-problèmes suivantes :

- 1. Faites une analyse à priori.
- 2. Proposez les étapes de résolution.

S1. Le maitre possède 22 jetons. Il donne 5 jetons rouges à Anis, 3 jetons jaunes à Fazul et 8 jetons bleus à Sitty. Il ne lui reste que des jetons blancs.

1. Combien de couleurs avaient les jetons que possédait le maitre ? Citer les.
2. Combien de jetons a-t-il donné en tout ?
3. Combien de jetons blancs reste-t-il au maitre ?

S2. Pour construire un mur en dur de 3,6 m de hauteur, il faut 12 rangées de 12 briques chacune.

1. Combien de briques faut-il en tout ?
 2. Si chaque brique mesure 50 cm de longueur sur 30 cm de hauteur et qu'on néglige les joints, quelle est la longueur du mur ?
 3. On réalise une porte de 1,8 m sur 1 m. Combien de briques doit-on retirer du mur si les joints sont négligés ?
-

S3. Dans la classe de 4^e du lycée de l'Indépendance, 40% des élèves sont des garçons. Sachant que seuls 40 élèves sont inscrits dans le registre, répondre aux questions qui suivent.

1. Combien de garçons compte cette classe ?
 2. 87,5% des filles sont admises en 3^e. Quel est leur effectif ?
 3. Si un seul garçon redouble, quel est le pourcentage des garçons admis ?
-

S4. J'ai deux fois l'âge que tu avais quand j'avais ton âge. Aujourd'hui j'ai 48 ans.

1. Quel est ton âge ?
 2. Quand j'aurai 60 ans, quel sera ton âge ?
-

■ Mise en œuvre

Le travail sera d'abord individuel avant de partager les productions en groupe pour aboutir à une synthèse collective.

■ Éléments de correction

Les éléments ci-dessous présentent de façon synthétique les principaux points à retenir.

Les élèves-maitres pourront faire d'autres propositions que le formateur devra prendre en compte pour les compléter, les réfuter ou les intégrer dans à un bilan final.

Nous proposons des éléments de correction situation par situation.

S1. Le maitre possède 22 jetons. Il donne 5 jetons rouges à Anis, 3 jetons jaunes à Fazul et 8 jetons bleus à Sitty. Il ne lui reste que des jetons blancs.

1. Combien de couleurs avaient les jetons que possédait le maitre ? Citer les.
 2. Combien de jetons a-t-il donné en tout ?
 3. Combien de jetons blancs reste-t-il au maitre ?
-

❶ Analyse à priori

▶ *Éléments de contexte :*

- Le niveau de la classe concernée est le CP.
- Cette situation permet de travailler sur les couleurs et les opérations. Elle met en jeu le sens de l'addition et de la soustraction.

▶ *Difficultés liées à la forme de l'énoncé :*

- Aucune difficulté liée au vocabulaire employé.

▶ *Résolution de la situation-problème :*

1. Les jetons étaient de 4 couleurs : rouge – jaune – bleu – blanc.
2. Le nombre de jetons donnés est de : $5 + 3 + 8 = 16$ jetons.
3. Le nombre de jetons restants est de : $22 - 16 = 6$ jetons.

► *Difficultés prévisibles que pourraient connaître les élèves :*

- Possibilité d’oubli de la couleur blanche des jetons gardés par le maître.
- Difficulté à retrouver la démarche opératoire pour la question 3 qui utilise des réponses antérieures.

② Étapes de résolution

Phases	Étapes de résolution d’une situation-problème
Phase de représentation du problème	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Élaborer une représentation du contexte sous forme de schéma (diagramme) avec tous les jetons colorés. ▪ Identifier la signification des informations essentielles par un jeu de rôle avec des élèves ; encadrer les jetons par couleur.
Phase d’opérationnalisation	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Définir une stratégie de résolution ; par identification sur le diagramme sur la base des couleurs. ▪ Choix des opérations par le questionnement du maître. ▪ Hiérarchiser les opérations en fonction de l’ordre des questions posées. ▪ Effectuer les calculs.
Phase de validation des résultats trouvés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Justifier l’exactitude et la pertinence des réponses obtenues. ▪ Vérifier la pose des opérations et du choix des opérations.

S2. Pour construire un mur en dur de 3,6 m de hauteur, il faut 12 rangées de 12 briques chacune.

1. Combien de briques faut-il en tout ?
2. Si chaque brique mesure 50 cm de longueur sur 30 cm de hauteur et qu’on néglige les joints, quelle est la longueur du mur ?
3. On réalise une porte de 1,8 m sur 1 m. Combien de briques doit-on retirer du mur si les joints sont négligés ?

① Analyse à priori

► *Éléments de contexte :*

- Le niveau requis est ici le CM.
- L’objectif est de permettre aux élèves-maîtres de travailler sur les mesures de longueur et sur la multiplication.

► *Difficultés liées à la forme de l’énoncé :*

- Il peut y avoir une difficulté lexicale du mot *joint* et une difficulté sémantique de l’expression *12 rangées de 12 briques*.

► *Résolution de la situation-problème :*

1. Le nombre total de briques : $12 \times 12 = 144$ briques.
2. La longueur du mur : $12 \times 50 = 600$ cm = 6 mètres.
3. Pour déterminer le nombre de briques à retirer, on procède par étapes :
 - 1 m = 100 cm, ce qui correspond à 2×50 cm qui vaut bien 100 cm. Cette dimension équivaut à 2 briques.
 - 1,8 m = 180 cm, ce qui correspond à 6×30 cm qui vaut bien 180 cm. Cette dimension équivaut à 6 briques.
 En tout, il y a donc : 2×6 briques = 12 briques à retirer.

► *Difficultés prévisibles que pourraient connaître les élèves :*

- Complexité dans la conversion des valeurs ;
- Identification des questions cachées, qui font partie de la stratégie de résolution ;
- Relations entre briques et dimensions ;
- Exécution des opérations.

② Étapes de résolution

Phases	Étapes de résolution d'une situation-problème
Phase de représentation du problème	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Élaboration d'une représentation du contexte sous forme de schémas : empilement des petits rectangles comme briques par exemple. ▪ Signification des informations essentielles : 3,6 m de hauteur ; 12 rangées de 12 briques ; 50 cm de longueur sur 30 cm de hauteur (dimensions portées sur le schéma). ▪ Sélection des données utiles : toutes les données sont à prendre en compte.
Phase d'opérationnalisation	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Définir une stratégie de résolution ; distinction entre largeur et hauteur. ▪ Choix des opérations : induites par les différentes configurations proposées par l'énoncé. ▪ Réalisation des calculs.
Phase de validation des résultats trouvés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Preuve de la multiplication. ▪ Possibilités de prendre en compte l'ordre de grandeur pour la première question (12 fois 10 font 120, donc 12 fois 12, c'est 120 plus 2 fois 12, soit 144).

Commentaire destiné au formateur

On peut évoquer les joints qui sont à prendre en compte dans la réalité et qui influent sur les résultats. Ces derniers sont négligés dans cet exercice.

S3. Dans la classe de 4^e du lycée de l'Indépendance, 40% des élèves sont des garçons. Sachant que seuls 40 élèves sont inscrits dans le registre, répondre aux questions qui suivent.

1. Combien de garçons compte cette classe ?
2. 87,5% des filles sont admises en 3^e. Quel est leur effectif ?
3. Si un seul garçon redouble, quel est le pourcentage des garçons admis ?

❶ Analyse à priori

▶ *Éléments de contexte :*

- Le niveau de la classe concernée est le CM2.
- Cette situation permet de travailler sur les proportionnalités et les pourcentages.

▶ *Difficultés liées à la forme de l'énoncé :*

- Aucune difficulté liée au vocabulaire employé.
- La notion de pourcentage, qu'il s'agit ici de calculer et d'appliquer, peut poser problème.

▶ *Résolution de la situation-problème :*

1. Le nombre de garçons est $40 \times 40 / 100 = 16$ garçons.
2. Le nombre de filles admises en 3^e se calcule en plusieurs étapes :
 - À l'aide d'une question intermédiaire. Le nombre total de filles est :

$$40 - 16 = 24 \text{ filles ou } 40 \times 60 / 100 = 24 \text{ filles.}$$
 - On revient à la question posée. Le nombre de filles est :

$$24 \times 87,5 / 100 = 21 \text{ filles.}$$
3. Le pourcentage des garçons admis se calcule par le raisonnement suivant :
 - 16 garçons représentent 100% ;
 - 15 garçons représentent ainsi un pourcentage de : $15 \times 100 / 16 = 93,75\%$.

▶ *Difficultés prévisibles que pourraient connaître les élèves :*

- Possibilité de confondre les données : mélange entre garçons et filles ; entre pourcentage des garçons et effectif total (40% et 40 élèves).
- Stratégie de résolution et identification de la question intermédiaire (nombre de filles) liée à la soustraction.
- Erreurs de calculs liées à la maîtrise de la table de multiplication et des divisions.

② Étapes de résolution

Phases	Étapes de résolution d'une situation-problème
Phase de représentation du problème	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Élaboration d'une représentation du contexte sous forme de schéma et de tableau de proportionnalité : partir d'exemples sur la notion de proportionnalité pour aboutir à la notion de pourcentage. ▪ Signification des informations essentielles. ▪ Sélection des données utiles, toutes le sont ici.
Phase d'opérationnalisation	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Définir une stratégie de résolution : utilisation d'un tableau de proportionnalité. ▪ Choix des opérations et hiérarchie des opérations, induites par les questions de l'énoncé. ▪ Réalisation des calculs, de la multiplication et des divisions.
Phase de validation des résultats trouvés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Preuve de la multiplication. ▪ Vérification de la cohérence entre pourcentages et effectifs.

S4. J'ai deux fois l'âge que tu avais quand j'avais ton âge. Aujourd'hui j'ai 48 ans.

1. Quel est ton âge ?
2. Quand j'aurais 60 ans, quel sera ton âge ?

① Analyse à priori

▶ *Éléments de contexte :*

- Le niveau de la classe concernée est le CM2.
- Cette situation est complexe car elle propose 2 données (les âges des 2 personnages) avec une dimension temporelle (avant, maintenant, après).

▶ *Difficultés liées à la forme de l'énoncé :*

- Difficulté sémantique liée à la formulation de l'énoncé.

▶ *Résolution de la situation-problème*

1. L'âge que tu as :

On identifie tout d'abord les données en jeu, ce qui conduit à proposer le tableau ci-dessous.

Personnages	Avant	Maintenant	Après
Moi			
Toi			

On reprend ensuite l'énoncé pas à pas et on complète le tableau.

J'ai 48 ans.

Personnages	Avant	Maintenant	Après
Moi		48	
Toi			

J'ai 2 fois l'âge que tu avais...

Personnages	Avant	Maintenant	Après
Moi		48	
Toi	24		

...quand j'avais ton âge.

Personnages	Avant	Maintenant	Après
Moi	X	48	
Toi	24	X	

REMARQUE : la lettre « X » désigne l'âge identique des deux personnages mais à des moments différents.

Il reste à déterminer la valeur de l'âge X. Pour cela, on utilise le fait que l'écart entre X et 48 est le même que l'écart entre 24 et X, puisque ces deux écarts correspondent au nombre d'années entre « Avant » et « Maintenant ».

Si l'on représente ces dates sur des droites temporelles, on trouve :

→ écart pour le personnage « Moi » : X ————— 48

→ écart pour le personnage « Toi » : 24 ————— X

→ superposition des 2 écarts : 24 ————— X ————— 48

L'âge X est ainsi au milieu de l'intervalle [24, 48], c'est donc $(24+48) / 2$, soit 36 ans.

→ L'âge actuel du personnage « Toi » est donc de 36 ans.

Le tableau devient :

Personnages	Avant	Maintenant	Après
Moi	36	48	
Toi	24	36	

2. La nouvelle donnée est intégrée au tableau :

Personnages	Avant	Maintenant	Après
Moi	36	48	60
Toi	24	36	

→ L'écart d'années entre « Maintenant » et « Après » est de $60 - 48 = 12$ ans.

→ L'âge futur du personnage « Toi » est : $36 + 12 = 48$ ans.

► *Difficultés prévisibles que pourraient connaître les élèves :*

- Représentation de la situation et organisation des données.
- Repérage des liens entre données et identification des opérations à effectuer.
- Associer l'expression deux fois à double ou fois deux.

② Étapes de résolution

Phases	Étapes de résolution d'une situation-problème
Phase de représentation du problème	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Élaboration d'une représentation du contexte sous forme de schéma représentatif du temps (avant, aujourd'hui et après). ▪ Signification des informations essentielles et intégration dans le tableau. ▪ Sélection des données utiles : toutes les données sont utiles.
Phase d'opérationnalisation	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Définir une stratégie de résolution à partir du tableau et des écarts entre années. ▪ Choix des opérations et hiérarchie des opérations induites par les questions posées. ▪ Réalisation des calculs. ▪ Identification des relations entre données et des opérations pour trouver les données manquantes.
Phase de validation des résultats trouvés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Preuve à partir du schéma représentatif du temps.

ÉTAPE 6 : INTÉGRATION

► Objectif de formation

L'objectif est double. Il s'agit de permettre aux élèves-maitres de :

- mobiliser les savoirs et savoir-faire acquis pour conduire à la résolution d'une situation-problème en suivant la démarche professionnelle travaillée précédemment ;
- se faire évaluer individuellement puis co-évaluer par rapport à la compétence cible d'accompagnement des élèves à la résolution d'une situation-problème.

► Description

Dans le monde professionnel, des situations-problèmes peuvent sembler identiques et de difficultés équivalentes, alors qu'en fait, elles diffèrent.

Cette étape propose ainsi de travailler sur 3 situations-problème interchangeable en apparence. Les compétences professionnelles visées permettent en fait de les discriminer et de les utiliser à bon escient en fonction d'un objectif d'apprentissage précis.

■ Consigne

On donne les énoncés de situations-problèmes indiquées ci-après.

- 1. Faites l'analyse à priori des trois situations.
- 2. Pour chaque situation-problème, choisissez deux étapes qui semblent les plus difficiles et proposez une mise en œuvre auprès des élèves.
- 3. Répertoriez les principales ressemblances et différences entre ces trois situations-problèmes.
- 4. Quelle(s) situation(s) serait-il pertinent de choisir pour une classe où les élèves ont des difficultés à découvrir les questions intermédiaires pour résoudre le problème ?

S1. Pour s'approvisionner durant le mois de ramadhan, la maman de Yassir commande chez Vibakar 2 sacs de sucre, 1 sac de farine et un carton d'huile à 7 500 francs et paie au total la somme de 30 000 francs. Son ami du village lui envoie un sac de manioc et un autre sac de patates pour la somme de 20 000 francs, somme qu'elle doit rembourser.

1. Combien d'articles a-t-elle reçu en tout si elle n'a pas oublié de prendre 1 carton d'ail de poulet de 9 000 francs chez Doudou ?
 2. Combien a-t-elle dépensé en tout ?
 3. Les prix du sac de farine et du sac de sucre sont identiques. Quel est ce prix ?
-

S2. Pendant les vacances, la famille de Houmadi organise un pique-nique. Elle achète 4 cartons d'ailes de poulet à 9 000 francs le carton, 1 sac de charbon pour 7 500 francs, 15 kilos de viande, un sac de manioc et 2 cageots de boissons à 6 000 francs chacun. Les fruits à pain sont offerts gratuitement par l'oncle Simba.

1. Quel est le prix total de la viande si un kilo coûte 2 500 francs ?
2. Quelle est la dépense totale de la famille de Combo sachant que le sac de manioc a le même prix que les boissons ?

S3. Pour ton anniversaire, ton papa achète deux boîtes de biscuits à 1 500 francs les deux, un gâteau à 15 000 francs et des boissons à 6 000 francs. Il demande à ta grande sœur d'apporter des bonbons et des ballons pour les 4 000 francs qui restent.

1. Quelle est la dépense totale de ton anniversaire ?
2. Combien coûte le paquet de biscuit ?

■ Mise en œuvre

Les élèves-maîtres travailleront en individuel avant de partager leurs productions avec leurs pairs en groupe d'au plus quatre.

Les présentations des groupes feront l'objet du débat permettant de clarifier l'acquisition de la démarche et de sa mise en œuvre.

■ Éléments de correction

► Questions 1 et 2

1. Faites l'analyse à priori des 3 situations.
2. Pour chaque situation-problème, choisissez 2 étapes qui semblent les plus difficiles et proposez une mise en œuvre auprès des élèves.

Nous présentons ici pour chaque situation-problème des pistes de corrections et des indications à destination du formateur sur l'analyse à priori et les étapes de résolution.

S1. Pour s'approvisionner durant le mois de ramadhan, la maman de Yassir commande chez Vibakar 2 sacs de sucre, 1 sac de farine et un carton d'huile à 7 500 francs et paie au total la somme de 30 000 francs. Son ami du village lui envoie un sac de manioc et un autre sac de patates pour la somme de 20 000 francs, somme qu'elle doit rembourser.

1. Combien d'articles a-t-elle reçus en tout si elle n'a pas oublié de prendre 1 carton d'ailes de poulet de 9 000 francs chez Doudou ?
2. Combien a-t-elle dépensé en tout ?
3. Les prix du sac de farine et du sac de sucre sont identiques. Quel est ce prix ?

❶ Analyse à priori

▶ *Éléments de contexte :*

- Le niveau de la classe concernée est le CE2.
- Il s'agit d'une situation mettant en valeur le prix d'achat ou dépense totale.

▶ *Difficultés liées à la forme de l'énoncé :*

- Difficulté liée à la compréhension de certains mots comme « s'approvisionner », « rembourser » ou « article ».

▶ *Résolution de la situation-problème :*

1. Les articles reçus sont : le sucre, la farine, l'huile, le manioc, les patates et les ailes de poulet. Soit **6 articles** au total.
2. La dépense totale est de : $30\,000 + 20\,000 + 9\,000 = \mathbf{59\,000 \text{ francs}}$.
Il s'agit plus précisément de la somme correspondant aux achats de chez Vibakar, de la dépense de son ami du village et des achats de chez Doudou.
3. Le prix d'un sac de farine ou de sucre s'obtient en passant par la réponse à une question intermédiaire relative au prix des trois sacs (2 sacs de sucre et un sac de farine).
→ Le prix des 3 sacs est : $30\,000 - 7\,500 = 22\,500 \text{ francs}$.
→ Le prix d'un sac de farine est : $22\,500 \div 3 = \mathbf{7\,500 \text{ francs}}$.

▶ *Difficultés prévisibles que pourraient connaître les élèves :*

- Difficultés dans l'identification de certaines valeurs (comme 9 000 francs) et de l'interprétation des données avec des confusions possibles entre prix et quantité d'articles (articles cités sans le prix).
- Repérage difficile de la question intermédiaire.

❷ Étapes de résolution

Phases	Étapes de résolution d'une situation-problème
Phase de représentation du problème	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Élaboration d'une représentation du contexte sous forme d'un tableau de quatre colonnes (articles, quantité, prix unitaire et prix total). ▪ Signification des informations essentielles et intégration dans le tableau. ▪ Sélection des données utiles : toutes les données sont utiles.

Phases	Étapes de résolution d'une situation-problème
Phase d'opérationnalisation	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Définir une stratégie de résolution à partir du tableau et des cases vides à remplir. ▪ Choix des opérations et hiérarchie des opérations induites par les questions posées. ▪ Identification des données du tableau et des opérations à effectuer pour découvrir les questions intermédiaires. ▪ Réalisation des calculs : des additions, une soustraction et une division.
Phase de validation des résultats trouvés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Preuve : à partir de la somme des prix de tous les articles, on peut retrouver la dépense totale.

S2. Pendant les vacances, la famille de Houmadi organise un pique-nique. Elle achète 4 cartons d'ailes de poulet à 9 000 francs le carton, 1 sac de charbon pour 7 500 francs, 15 kilos de viande, un sac de manioc et 2 cageots de boissons à 6 000 francs chacun. Les fruits à pain sont offerts gratuitement par l'oncle Simba.

1. Quel est le prix total de la viande si un kilo coûte 2 500 francs ?
2. Quelle est la dépense totale de la famille de combo sachant que le sac de manioc a le même prix que les boissons ?

❶ Analyse à priori

▶ *Éléments de contexte :*

- Le niveau de la classe concernée est le CM2.
- Il s'agit d'une situation mettant en valeur le prix d'achat ou dépense totale.

▶ *Difficultés liées à la forme de l'énoncé :*

- Pas de difficultés liées à la compréhension de l'énoncé.

▶ *Résolution de la situation-problème :*

1. Le prix de 15 kg de viande est de : $15 \times 2\,500 = \mathbf{37\,500 \text{ francs}}$.
2. La dépense totale se calcule en répondant d'abord à deux questions intermédiaires qui sont :
 - a. Le prix des ailes de poulet est : $4 \times 9\,000 = 36\,000 \text{ francs}$.
 - b. Le prix des boissons équivalent au prix du manioc, qui est donc : $2 \times 6\,000 = 12\,000 \text{ francs}$.

La dépense totale est :

→ $36\,000 + 7\,500 + 37\,500 + 12\,000 + 12\,000 = \mathbf{105\,000 \text{ francs}}$.

► *Difficultés prévisibles que pourraient connaître les élèves :*

- Difficultés de compréhension de la consigne compte tenu des questions intermédiaires à repérer et du positionnement de certaines données (le prix d'un kilo de viande est de 2 500 francs).
- Possibilité d'oubli en confondant prix unitaire d'un article et prix total de l'ensemble de ces articles qui ont été achetés.
- Difficultés dans le choix des opérations.

② Étapes de résolution

Phases	Étapes de résolution d'une situation-problème
Phase de représentation du problème	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Élaboration d'une représentation du contexte sous forme d'un tableau à quatre colonnes (articles, quantité, prix unitaire et prix total). ▪ Signification des informations essentielles et intégration dans le tableau. ▪ Sélection des données utiles : toutes les données sont utiles.
Phase d'opérationnalisation	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Définir une stratégie de résolution à partir du tableau et des cases vides à remplir. ▪ Choix des opérations et hiérarchie des opérations induites par les questions posées. ▪ Identification des données du tableau et des opérations à effectuer pour découvrir les questions intermédiaires. ▪ Réalisation des calculs : des multiplications et une addition.
Phase de validation des résultats trouvés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Preuve de la multiplication. ▪ À partir de la somme des prix de tous les articles, justifier la dépense totale.

S3. Pour ton anniversaire, ton papa achète deux boîtes de biscuits à 1 500 francs les deux, un gâteau à 15 000 francs et des boissons à 6 000 francs. Il demande à ta grande sœur d'apporter des bonbons et des ballons pour les 4 000 francs qui restent.

1. Quelle est la dépense totale de ton anniversaire ?
2. Combien coûte le paquet de biscuit ?

① Analyse à priori

► *Éléments de contexte :*

- Le niveau de la classe concernée est le CP2.
- Il s'agit d'une situation mettant en valeur le prix d'achat ou dépense totale.

► *Difficultés liées à la forme de l'énoncé :*

→ Difficulté sémantique liée à la compréhension du prix des deux boîtes de biscuits (nécessité de précisions sur le prix à deux).

► *Résolution de la situation-problème :*

→ La dépense totale correspond à : $1\,500 + 15\,000 + 6\,000 + 4\,000 = 26\,500$ francs.

→ Le prix du paquet de biscuit est de : $1\,500 \div 2 = 750$ francs.

(Les questions sont indépendantes.)

► *Difficultés prévisibles que pourraient connaître les élèves :*

→ Difficultés de compréhension du positionnement de certaines données comme 4 000 francs.

→ Pas de questions intermédiaires.

② Étapes de résolution

Phases	Étapes de résolution d'une situation-problème
Phase de représentation du problème	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Élaboration d'une représentation du contexte sous forme d'un tableau de quatre colonnes (articles, quantité, prix unitaire et prix total). Le prix unitaire aidera à trouver l'opération de la question 2. ▪ Signification des informations essentielles : le prix total des deux boîtes de biscuits. ▪ Sélection des données utiles : toutes les données sont utiles.
Phase d'opérationnalisation	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Définir une stratégie de résolution à partir du questionnement de l'enseignant pour faire découvrir le sens de la division puis de l'addition. ▪ Choix des opérations et hiérarchie des opérations induites par les questions posées. ▪ Identification des données du tableau permettant de découvrir les opérations à effectuer. ▪ Réalisation des calculs : de l'addition et de la division.
Phase de validation des résultats trouvés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Preuve : à partir de la somme des prix de tous les articles, justifier la dépense totale.

► **Question 3**

3. Répertoriez les principales ressemblances et différences entre ces trois situations-problèmes.

Un tableau permet de repérer quelques ressemblances et différences.

Ressemblances	Différences
Les contextes sont identiques : des achats pour un événement familial (Ramadan, pique-nique, anniversaire).	La stratégie de résolution n'est pas la même (le nombre de questions intermédiaires changent entre les situations de aucune à deux). La complexité de résolution n'est pas la même selon les situations.
Les questions sont les mêmes : dépense totale, prix d'un article...	Le nombre des opérations et leur type (addition, division...) ne sont pas les mêmes entre les situations.
La phase de représentation obéit à la même approche d'exploitation d'un tableau à quatre colonnes.	L'abondance des données n'est pas la même selon les situations.

► **Question 4**

4. Quelle(s) situation(s) serait-il pertinent de choisir pour une classe où les élèves ont des difficultés à découvrir les questions intermédiaires pour résoudre le problème ?

Les situations à choisir pour une classe où les élèves ont des difficultés à découvrir les questions intermédiaires pour aboutir à la résolution attendue sont :

- La situation 1 dont la résolution nécessite une seule question intermédiaire.
- La situation 2 dont la résolution nécessite deux questions intermédiaires.

ÉTAPE 7 : REMÉDIATION / APPROFONDISSEMENT

► Objectif de formation

Il s'agit de permettre aux élèves-maitres de renforcer la compétence ciblée « conduire la résolution d'une situation-problème » dans des configurations variées et sur des points précis.

► Description

Les élèves-maitres sont engagés, lors de la question 1, dans un travail de renforcement sur quelques points précis de l'analyse à priori et de quelques étapes pour faire résoudre aux élèves une situation-problème.

La question 2 intéresse les élèves-maitres qui n'ont pas eu de difficultés particulières et propose un renforcement des compétences professionnelles visées.

■ Mise en œuvre

L'élève-maitre travaillera individuellement avant de présenter sa production à ses pairs puis en grand groupe sous la direction du formateur.

■ Consigne

On considère les situations-problèmes données ci-dessous.

- 1. Pour les 2 premières situations, il est demandé de/d' :
 - réaliser une analyse à priori partielle qui porte sur :
 - une résolution de la situation-problème ;
 - une identification des difficultés prévisibles ;
 - expliciter les étapes suivantes de résolution de ces situations :
 - la représentation du contexte ;
 - la définition de la stratégie de résolution.
- 2. Pour la dernière situation, proposez une analyse préalable et des étapes de résolution en vous appuyant sur les savoirs et savoir-faire acquis durant les phases précédentes.

S1. Le président Ahmed Abdallah Abdérémane est né le 12 juin 1919. Il est décédé au mois de novembre et a vécu jusqu'à l'âge de 70 ans. Il a proclamé l'indépendance des Comores le 6 juillet 1975.

1. En quelle année est-il mort ?
2. Quel âge avait-il lors de la proclamation de l'indépendance ?

S2. Dans la cour de sa maison, un jardinier a planté 8 rangées de 15 salades et 3 rangées de 23 pastèques.

1. Combien de pieds de légumes a-t-il planté ?
2. Combien de rangées de légumes a-t-il planté ?

S3. 800 pèlerins comoriens, répartis dans trois avions, sont partis à la Mecque. Ils arrivent le 12 septembre à bord d'Ethiopien Airlines. Les avions des vols de 15 heures et de 18 heures ont transporté le même nombre de pèlerins et, à 21 heures, le troisième avion a transporté 300 pèlerins.

Combien de passeports les services de l'immigration de l'aéroport international Prince Said Ibrahim ont-ils contrôlés pour le premier vol ?

(Extrait du livret de formation continue, page 41.)

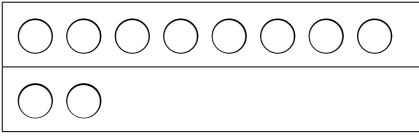
■ **Éléments de correction**

Question 1 : Pour les situations S1 et S2, citons 2 éléments de l'analyse à priori et 2 étapes de résolution.

► **Pour la situation S1 :**

Deux éléments de l'analyse à priori	Deux étapes de résolution
<p><i>Résolution :</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. L'année de décès du président est : $1919 + 70 = \mathbf{1989}$. 2. Son âge à la date de l'indépendance est : $1975 - 1919 = \mathbf{56 \text{ ans}}$. 	<p><i>Représentation du contexte :</i></p> <p>Schématisation sur une droite graduée des différentes années.</p> <p>Présentation également possible sous forme de bâtonnets.</p>
<p><i>Difficultés prévisibles :</i></p> <p>Les élèves peuvent éprouver des difficultés à deux niveaux :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Faire une confusion entre l'année de décès et la période durant laquelle le président a vécu (l'âge); ▪ Faire le choix des opérations à effectuer, entre addition et soustraction. 	<p><i>Définition de la stratégie de résolution :</i></p> <p>On peut organiser un travail individuel, suivi d'un échange en petits groupes d'au plus quatre. Les élèves répondront à un questionnaire du maître pour :</p> <ul style="list-style-type: none"> – repérer les données essentielles; – choisir les opérations à effectuer. <p>Il sera question à la fin de faire la synthèse en grand groupe.</p>

► Pour la situation S2 :

Deux éléments de l'analyse à priori	Deux étapes de résolution
<p><i>Résolution :</i> Pour pouvoir répondre à la question posée, il fallait répondre à des questions intermédiaires relatives au nombre de pieds de chaque légume. On fait recours à la multiplication.</p> <p>1. Le nombre de pieds de légumes :</p> <p><i>Questions intermédiaires :</i> Le nombre de pieds de chaque légume est, par type de légume :</p> <ul style="list-style-type: none"> – Salade : $8 \times 15 = 120$ pieds. – Pastèques : $3 \times 23 = 69$ pieds. <p>Soit un total de : $120 + 69 = 189$ pieds.</p> <p>2. Le nombre total de rangées de légumes est : $8 + 3 = 11$ rangées.</p>	<p><i>Représentation du contexte :</i> Par des petits ronds qui représentent les pieds des légumes et sont contenus dans des rectangles assemblés dans des rangées qui représentent les rangées.</p> 
<p><i>Difficultés prévisibles :</i> Nous pouvons penser à observer chez les élèves les difficultés suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> – une confusion entre pieds et rangées de légumes ; – l'identification des questions intermédiaires. 	<p><i>Définition de la stratégie de résolution :</i> On peut organiser un travail individuel, suivi d'un échange en petits groupes d'au plus quatre. Les élèves répondront à un questionnement du maître pour :</p> <ul style="list-style-type: none"> – repérer les données essentielles ; – repérer les questions intermédiaires ; – choisir les opérations à effectuer (l'utilisation de la multiplication). <p>Une synthèse globale viendra clore cette étape.</p>

Question 2 : Pour la dernière situation S3, proposez une analyse préalable et des étapes de résolution.

❶ Analyse à priori :

► *Éléments de contexte :*

- Le niveau de la classe concernée est le CM.
- Il s'agit d'une situation portant sur des calculs d'effectifs.

► *Difficultés liées à la forme de l'énoncé :*

- Aucune difficulté liée à la compréhension de l'énoncé.

► *Résolution de la situation-problème :*

Pour trouver le nombre de passeports contrôlés durant le premier vol, il va falloir chercher le nombre de passagers des deux premiers vols qui est de :

$$800 - 300 = 500 \text{ passagers.}$$

Comme les deux premiers vols ont transporté le même nombre de passagers, il suffit de diviser par deux la valeur précédente obtenue :

$$500 \div 2 = 250 \text{ passagers.}$$

Le nombre de passeports contrôlés pour le premier vol est de **250 passeports**.

► *Difficultés prévisibles que pourraient connaître les élèves :*

- Difficulté à découvrir la question intermédiaire.
- Compréhension des liens entre données et de la répartition des 800 passagers entre les 3 avions.

❷ **Étapes de résolution :**

Phases	Étapes de résolution d'une situation-problème
Phase de représentation du problème	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Élaboration d'une représentation du contexte sous forme d'un tableau de 3 colonnes (vol n° 1, vol n° 2 et vol n° 3) avec une ligne « Nombre de passagers » (ou de passeports). ▪ Signification des informations essentielles : le nombre de passeports contrôlés et lien avec le nombre de passagers. ▪ Sélection des données utiles : toutes les données sont utiles.
Phase d'opérationnalisation	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Définir une stratégie de résolution individuellement : chacun essaie de remplir les colonnes du tableau tout en découvrant les opérations à effectuer (soustraction et division). ▪ Choix des opérations et hiérarchie des opérations induites par les questions posées. ▪ Réalisation des calculs : soustraction et division.
Phase de validation des résultats trouvés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Preuve : à partir de la somme des passagers de tous les vols, justifier le nombre total des passeports.

ÉTAPE 8 : RÉINVESTISSEMENT

► Objectif de formation

Il s'agit de permettre aux élèves-maitres de mobiliser la compétence « conduire à la résolution d'une situation-problème » dans une configuration courante de la pratique professionnelle.

► Description

Une situation-problème complexe leur est présentée pour réaliser une analyse à priori et dégager les étapes de résolution possibles.

■ Consigne

On considère la situation-problème suivante. En s'appuyant sur votre expérience pour la conduite de la résolution d'une situation-problème :

- Réalisez une analyse à priori ;
- Dégagez les étapes permettant de conduire sa résolution.

L'avion Inter-iles Air effectue un aller et retour pour assurer le déplacement Ngazidja-Ndzouani. Il décolle à Wani à 7 h 30 et arrive à Hahaya à 8 h 00. Il fait le plein de carburant, débarque ses passagers, en embarque de nouveaux et décolle pour le retour 35 minutes après son arrivée.

1. À quelle heure reviendra l'avion à Wani ?
2. Combien de temps aura duré le vol aller et retour ?
3. S'il accuse un retard de 45 minutes avant de partir pour Hahaya, à quelle heure arrivera-t-il à destination à Wani ?
4. Pour effectuer deux allers et retours, l'avion a besoin de remplir ses réservoirs avec 1 500 litres de kérosène. Trouve la relation permettant de remplir le tableau ci-après relatif aux déplacements et à la consommation en kérosène.

N°	Trajets	Consommation en kérosène	Relation
1	Wani – Hahaya Hahaya – Wani Wani – Hahaya Hahaya – Wani	1 500 litres	
2	Wani – Hahaya Hahaya – Wani		
3	Hahaya –Wani		

■ Mise en œuvre

L'élève-maitre travaille individuellement à la maison avant de venir présenter sa production dans un groupe. En grand groupe, le formateur relèvera des insuffisances possibles et cherchera à y remédier.

■ Éléments de correction

① *Analyse à priori*

▶ *Identification des éléments de contexte*

Le niveau de classe est le CM2.

Les objectifs d'apprentissage concernent le calcul d'horaires, de durée et l'utilisation de la proportionnalité.

▶ *Identification des éléments liés à la forme de l'énoncé*

L'élève éprouvera des difficultés de compréhension de certains mots de vocabulaire tels que *décolle*, *embarque*, *débarque*, *kérosène*.

Il peut également avoir des problèmes sur le sens de certaines expressions telles que *faire le plein*, *les allers et retours*, *à destination* et *après son arrivée*.

▶ *Résolution de la situation-problème*

1. L'heure de retour à Wani est : $(8 \text{ h } 00 \text{ min} - 7 \text{ h } 30 \text{ min}) \times 2 + 35 \text{ min} = 1 \text{ h } 35 \text{ min}$.
L'heure d'arrivée est alors :

$$7 \text{ h } 30 + 1 \text{ h } 35 = \mathbf{9 \text{ h } 05 \text{ min}}$$

On utilise les relations :

Heure d'arrivée – heure de départ = durée de vol aller simple.

Durée de vol aller simple $\times 2$ = durée de vol aller-retour.

Durée de vol aller-retour + durée de l'escale = durée correspondant à l'arrivée à Wani.

2. La durée du vol aller-retour est :

$$(8 \text{ h } 00 \text{ min} - 7 \text{ h } 30 \text{ min}) \times 2 = 60 \text{ min soit } 1 \text{ heure.}$$

Les étapes de calcul sont :

- Durée du vol Wani – Hahaya aller simple :

$$7 \text{ h } 30 \text{ min à } 8 \text{ h } 00 \text{ min soit } \mathbf{30 \text{ min}}$$

- Durée du vol Hahaya – Wani retour : même durée.

- Durée du vol aller-retour = durée aller simple $\times 2$.

3. L'heure d'arrivée à destination après 45 min de retard se calcule à l'aide des étapes :

$7 \text{ h } 30 \text{ min} + 45 \text{ min}$ correspond à l'heure du départ soit 8 h 15 min.

Le vol dure 30 min, alors l'avion arrivera à :

$$8 \text{ h } 15 \text{ min} + 30 \text{ min} = \mathbf{8 \text{ h } 45 \text{ min}}$$

Comment procéder pour le calcul des horaires ?

- On ajoute des durées ou des horaires tout en prenant en compte la relation : *1 heure = 60 min.*
- On pose les opérations en respectant la position : *les minutes sous les minutes et les heures sous les heures.*
- On procède à des conversions entre minutes et heures si besoin, en sachant que $60 \text{ min} = 1 \text{ h}$.
- Cela se produit pour effectuer des soustractions avec emprunt ou pour présenter un résultat final dont le nombre de minutes n'excède pas 60.

$$\begin{array}{r} \text{EXEMPLE : } 8 \text{ h } 00 - 7 \text{ h } 30 \quad 8 \text{ h } 00 \text{ min} \rightarrow 7 \text{ h } 60 \text{ min} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad - 7 \text{ h } 30 \text{ min} \quad \underline{- 7 \text{ h } 30 \text{ min}} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad = 0 \text{ h } 30 \text{ min} \end{array}$$

4. Remplissage du tableau :

Nous proposons dans la colonne relation la correspondance de proportionnalité entre trajet et capacité en carburant. Nous précisons la nature des opérations effectuées (divisions),

N°	Trajets	Consommation en kérosène	Relation
1	Wani – Hahaya Hahaya – Wani Wani – Hahaya Hahaya – Wani	1 500 litres	<i>2 allers et retours</i>
2	Wani – Hahaya Hahaya – Wani	$1\,500 \div 2 = 750$ litres	<i>1 aller-retour</i> Diviser par 2 ou prendre la moitié des données de la ligne précédente.
3	Hahaya – Wani	$1\,500 \div 4 = 375$ litres ou bien $750 \div 2 = 375$ litres	<i>1 aller simple</i> Diviser par 4 (2 allers et retours) les données de la première ligne OU diviser par 2 (1 aller-retour) les données de la ligne précédente.

CONDUIRE LA RÉOLUTION D'UNE SITUATION-PROBLÈME

► *Identification des difficultés prévisibles que pourraient connaître les élèves*

L'abondance des données de types différents peut constituer une difficulté.

Le choix des opérations en fonction des cas pour le tableau de proportionnalité reste également une source de difficulté.

La technique opératoire dans le système sexagésimal en est une dernière (additions et soustractions).

Séquence 3

**CONCEVOIR
DES ACTIVITÉS
EN GÉOMÉTRIE
QUI MÊLENT
CONSTRUCTIONS,
PROPRIÉTÉS ET
INSTRUMENTS**

PRÉSENTATION

La compétence cible

Les compétences professionnelles nécessaires à l'enseignement de la géométrie sont nombreuses et de différentes natures. Elles se fondent sur des connaissances didactiques liées à l'appropriation des concepts géométriques par les élèves et à la mise en œuvre des situations par les enseignants. Elles reposent également sur la maîtrise des connaissances géométriques que doivent posséder les enseignants pour les négocier à bon escient auprès des élèves.

Parmi ces compétences professionnelles, nous en avons retenu une qui va guider les différentes étapes de cette séquence de formation. Cette compétence est :

→ Concevoir des activités en géométrie qui mêlent constructions, propriétés et instruments.

Pertinence du choix de la compétence professionnelle cible

Le choix de la compétence professionnelle retenue se fonde sur plusieurs raisons.

Tout d'abord, il nous a semblé important de centrer la compétence sur la conception d'activités d'enseignement de la géométrie, qui est un passage-clé dans l'apprentissage du domaine. Si les situations sont approximatives, mal pensées, inadaptées et présentent des incohérences, leur efficacité sera discutable.

Ensuite, deuxième raison, la conception de situations nécessite de penser une grande cohérence entre constructions, propriétés et instruments. Tout usage d'un instrument est sous-tendu par une propriété et les constructions mobilisent elles-mêmes des propriétés. Tout futur enseignant doit donc veiller à assurer une cohérence consciente entre ces différents pôles qui sont corrélés et interdépendants, sous peine de développer des situations dont le déroulement ne sera pas contrôlé et dont les objectifs d'apprentissage ne seront pas définis.

La troisième raison du choix de cette compétence professionnelle résulte de la nécessité de concevoir des situations ouvertes, où l'initiative et la recherche des élèves sera favorisée et leur attention soutenue. Il faut donc prévoir des enjeux clairs, assurer que l'activité ait un sens pour les élèves, leur proposer des échéances et la possibilité de s'engager pleinement. Il est pertinent de faire en sorte que les apprenants puissent valider

leur production, développer des stratégies personnelles, les tester et en obtenir un retour. La question de l'interactivité entre pairs ou avec le groupe est également essentielle. La nécessité, pour un apprenant, d'explicitier ses représentations, de les argumenter, de les remettre en cause et de les faire évoluer lorsqu'il confronte ou défend ses propositions est en effet source d'apprentissage.

La dernière raison du choix de cette compétence professionnelle est le fait qu'elle permet de revisiter les fondements mathématiques de la géométrie (propriétés, manipulation des instruments) dont la maîtrise est incontournable pour tout enseignant. Il nous semblait indispensable de donner l'occasion à nos élèves-maitres de réinvestir ce champ de connaissances et de s'en réapproprier les notions.

Deux types de tâches de formation : concevoir des situations pour les élèves et « vivre » soi-même des situations en les résolvant

Pour travailler cette compétence professionnelle de conception de situations, nous avons fait le choix, aux différentes étapes de cette séquence de formation, de demander aux élèves-maitres de concevoir des activités mais aussi de vivre (et de résoudre) des situations que nous leur proposons. Ces situations sont adaptées à leur niveau et requièrent, de leur part, de se comporter comme des élèves.

La conception de situations d'enseignement en géométrie n'obéit pas à des règles prédéfinies, à des démarches systématiques ou à des processus immuables. Notre choix de formation a donc été de faire en sorte que les élèves-maitres disposent d'un jeu de situations suffisamment intéressantes pour en inférer les attitudes et postures qu'ils pourront prendre lorsqu'ils concevront par eux-mêmes des situations pour leurs élèves. Notre démarche de formation relève ainsi d'une forme de formation par l'exemple ou par analogie.

Nous attirons l'attention du formateur sur le fait que ces situations de formation ne sont pas des activités que l'on peut proposer telles quelles aux élèves. Elles sont explicitement conçues pour les élèves-maitres et non pour les classes. Pour en faire des situations de classe, il faudrait procéder à de nombreuses adaptations qui ne sont pas notre objectif de formation et que, en conséquence, nous n'aborderons pas ici.

Faire vivre par les élèves-maitres des situations d'enseignement comme s'ils étaient des élèves nous a semblé important, car, comme bien des fois dans l'apprentissage du métier d'enseignant, il est nécessaire de se mettre dans les pas d'un élève (sur des activités adaptées) pour vivre les obstacles qu'il traverse, les difficultés qu'il résout et les connaissances qu'il mobilise. Une simple lecture des consignes d'une situation ne permet pas en effet de déceler toute l'ampleur du travail de recherche que doit développer un élève pour résoudre la tâche proposée.

Nous attendons des élèves-maitres que plus tard, lorsqu'ils seront en charge de leur classe, ils soient en mesure de concevoir des situations par analogie avec les situations vécues en formation. Notre hypothèse est qu'ils s'en inspirent et les adaptent mais sans perdre ce qui fait leur intérêt.

L'intérêt de ces situations de formation réside dans le fait qu'elles sont ouvertes, nécessitent de la part des apprenants de la créativité et de l'invention et organisent des phases de confrontation avec des pairs et de travail collaboratif en groupe. De plus, elles articulent de façon cohérente les propriétés, constructions et instruments qu'elles mettent en jeu.

Un point d'entrée pour les tâches de formation : les supports et matériels d'enseignement

Dans cette séquence de formation, notre choix a été de proposer une entrée par les supports et le matériel d'enseignement.

Un jeu de figures, une planche de dessins géométriques, un puzzle ou des figures à engendrer à partir de l'assemblage de 4 triangles de même dimension peuvent donner aux enseignants des idées de situations riches, ouvertes et motivantes pour les élèves qui devront faire preuve de créativité et interagir pour résoudre leur situation.

Des étapes fondées sur la conception de situations pour les élèves, le vécu de situations et l'élaboration de bilans

Les éléments précédents nous ont amené à proposer, à toutes les étapes, un support d'apprentissage et une consigne généralement constituée de trois parties :

1. Proposition de la part des élèves-maitres d'une situation d'enseignement destinée aux élèves et exploitant le support donné ;
2. Vécu d'une situation proposée à partir de ce même support ;
3. Bilan sur l'intérêt de la situation et les enseignements professionnels personnels à en tirer.

Les points 1 et 3 ne font pas l'objet d'apports très développés dans ce livret, dans la mesure où le champ des réponses possibles est très vaste et rendrait peu utile et pertinente toute indication de bilan.

Le point 1 constitue en fait une occasion que nous donnons à l'élève-maitre de s'approprier le support donné et de commencer à en explorer les potentialités. Nous n'attendons pas qu'il spécifie une situation détaillée et fouillée, il ne s'agit que d'une première approche.

Nous laissons ainsi au formateur, pour les points 1 et 3, le soin de définir ses apports à ses étudiants et de choisir, en fonction de son groupe, les contenus qu'il souhaite traiter.

En revanche, pour le point 2, nous donnons des éléments de correction assez développés et détaillés, pour que les élèves-maitres prennent la mesure des potentialités de la situation proposée. De même, les mises en œuvre sont précisées de façon générale, car elles organisent les confrontations entre élèves-maitres et leur travail collaboratif entre pairs.

Nous précisons que seules les étapes 6 et 8 ne proposent pas de situations à vivre (point 2 ci-dessus).

En effet, à l'étape 6 (étape de fixation), il nous a semblé important que l'élève-maitre exerce ses compétences en cours d'acquisition en se plaçant exclusivement du côté de l'enseignant, sans vivre les situations comme le ferait un élève. Le formateur pourra cependant faire vivre, s'il le juge nécessaire, les situations proposées dans les éléments de correction.

L'étape 8 est une étape de réinvestissement et de mobilisation, où il nous semble légitime de placer l'élève-maitre du côté de l'enseignant, avec la possibilité, là aussi, pour le formateur, de proposer de vivre les situations proposées dans les éléments de correction.

Des objets abordés nécessairement limités : quadrilatères, instruments, vocabulaire

Nous n'avons pas cherché dans ce livret à mobiliser l'ensemble de tous les objets géométriques existants. L'effort éventuel d'impliquer la plus grande variété possible d'objets géométriques aurait été vaine de toute façon, nous n'aurions fait que survoler certains contenus.

Nous avons en fait choisi les quadrilatères comme domaine principal de nos situations, d'une part, parce qu'ils occupent une place prééminente dans la géométrie scolaire et, d'autre part, parce que les propriétés qui s'y rapportent sont suffisamment riches pour travailler les dimensions qui nous tiennent à cœur lorsque l'on conçoit des situations d'enseignement, comme la dimension recherche, la collaboration entre pairs et la cohérence entre propriétés, instruments et constructions.

De même, tous les instruments ne sont pas abordés dans ce livret et ceux qui le sont, ne le sont pas dans l'étendue de tous leurs usages. Par exemple, le rapporteur n'est pas impliqué et le compas n'est pas abordé dans toutes ses utilisations. Ici également, il nous était impossible de couvrir tous les usages de tous les instruments.

Ce n'était pas notre objectif qui se centre sur la conception de situations impliquant constructions, propriétés et instruments, quels qu'ils soient pour ces deux derniers.

Le lecteur qui voudrait un panorama assez complet des différents objets géométriques (triangles, droites, cercles...), de leurs principales propriétés associées et de tous les instruments pourra se rapporter au mémento du livret n° 4 de formation continue édité par IFADEM, *Mettre en œuvre efficacement la situation-problème et les activités géométriques à l'école primaire*.

Nous précisons également que le vocabulaire utilisé dans les descriptions demandées dans ce livret est exclusivement géométrique.

Nous ne retenons pas ici des descriptions fondées par exemple sur des analogies avec des objets physiques, telles que : *La figure ressemble à une maison avec son toit*. Nous ne retenons que des descriptions de nature géométrique, telles que : *La figure se compose d'un rectangle et d'un triangle isocèle dont la base se confond avec l'un des côtés du rectangle*.

Nous pensons en effet que le domaine de la géométrie est un domaine complexe pour les élèves et parfois pour les élèves-maitres, avec ses règles, son vocabulaire et ses démarches propres. Pour que les apprenants puissent identifier et appréhender avec profit ce domaine, nous avons fait le choix, dans ce livret, de ne pas l'ouvrir à celui de la réalité sensible.

ÉTAPE 1 : MISE EN SITUATION

► **Objectif de formation**

L'objectif est de permettre aux élèves-maitres de revisiter les notions de figures géométriques, instruments et propriétés.

Il s'agit ici d'une réactivation de leurs connaissances en géométrie, de leur utilisation dans des exercices de construction et de l'examen des dépendances entre instruments et propriétés.

► **Vue d'ensemble**

Cette situation propose aux étudiants de produire en binôme puis de soumettre leurs productions à un autre binôme qui réalisera les constructions proposées et statuera sur la pertinence des propriétés et instruments mentionnés.

Cette confrontation entre pairs nécessite de débattre avec ses pairs, d'argumenter, d'intégrer des démarches et des points de vue qui ne sont pas les siens. Chaque élève-maitre peut ainsi consolider et faire évoluer ses représentations.

■ **Consigne**

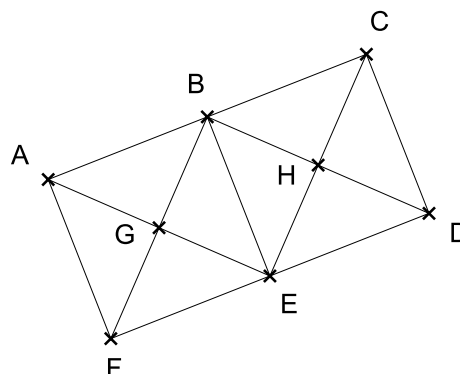
La consigne se décompose en 3 étapes.

► **1. Recherche de situations pour les élèves à partir du support donné :**

a. Expliquez brièvement ce que recouvrent pour vous les notions de *figure géométrique*, d'*instrument*, de *construction* et de *propriété*.

b. On donne la figure ci-dessous.

Il est demandé de proposer les grandes lignes d'une situation destinée aux élèves et qui leur permette de travailler les constructions, les propriétés et l'usage des instruments.



► 2. Proposition d'une situation à résoudre :

La figure ci-dessous est constituée de 2 carrés isométriques et adjacents par un côté et de leurs diagonales.

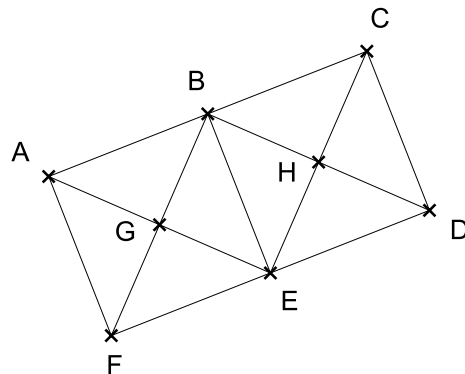
Reproduisez cette figure sur une feuille blanche dans deux configurations différentes.

- configuration 1 : on donne $GE = 4$ cm.
- configuration 2 : on donne $AB = 4$ cm.

Il est demandé de construire la figure en notant soigneusement, à chaque étape de construction :

1. les objets géométriques construits ;
2. les instruments utilisés ;
3. les propriétés utilisées.

Pour chacune des 2 configurations, on donnera 2 constructions différentes.



Remarque : Si aucune feuille blanche n'est disponible, on utilisera du papier quadrillé comme support de construction, mais sans suivre ni utiliser le quadrillage.

► 3. Bilan critique de la situation proposée :

Dégagez l'intérêt de la situation, du point de vue de l'articulation entre construction, instruments et propriétés.

Dressez un bilan personnel sur les apports liés à cette activité et qui vous semblent importants.

■ **Mise en œuvre**

Reprenons les 3 phases de la consigne.

► **1. Recherche de situations pour les élèves à partir du support donné**

a. Expliquez brièvement ce que recouvrent pour vous les notions de *figure géométrique*, d'*instrument*, de *construction* et de *propriété*.

Étapes	Description	Commentaires
Étape 1 Exploration individuelle des notions données	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Donner un petit temps individuel de recherche. ▪ Demander aux étudiants ce que sont, pour eux, les différents éléments proposés. 	Le temps de recherche doit être mesuré.
Étape 2 Bilan collectif	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Faire un bilan collectif avec les étudiants. ▪ Noter au tableau les principales propositions des étudiants. 	Le formateur favorise les interactions entre étudiants. Il valide ou réfute les différentes propositions en organisant un court débat argumenté.

b. À partir de la figure donnée, il est demandé de proposer les grandes lignes d'une situation destinées aux élèves.

Étapes	Description	Commentaires
Étape 1 Élaboration d'une proposition par binômes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Organiser une courte recherche à deux pour mutualiser et confronter ses idées. 	Le temps de recherche doit être mesuré. Il ne s'agit pas, ici, de construire une situation d'enseignement détaillée, mais de donner l'occasion aux élèves-maitres de s'appropriier le support et d'en mesurer les potentialités du point de vue des apprentissages.
Étape 2 Bilan collectif	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Faire un bilan collectif en présentant quelques propositions. 	Le formateur écrit au tableau quelques propositions, variées, qui donnent lieu à quelques échanges.

► **2. Proposition d'une situation à résoudre**

La mise en œuvre proposée vise à mettre en interaction les élèves-maitres pour qu'ils confrontent leurs productions, argumentent et fassent évoluer leurs représentations.

Étapes	Description	Commentaires
Étape 1 Recherche par binômes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lire la consigne. ▪ Laisser les étudiants construire les figures et mentionner les instruments et propriétés utilisées. 	L'objectif est que chaque binôme dispose d'une solution, avant de la soumettre à ses pairs.
Étape 2 Échanges entre 2 binômes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Associer deux binômes qui vont s'échanger leurs productions. ▪ Le binôme récepteur suit le programme de construction qu'il reçoit et vérifie la validité des instruments et propriétés mentionnés. ▪ Chaque binôme récepteur dresse un bilan de son analyse (manques, erreurs, démarche intéressante...) et la propose au groupe émetteur. 	L'objectif est que chaque production soit testée par un autre binôme et que des échanges s'engagent sur les connaissances manquantes ou défailtantes et sur les démarches suivies, à charge pour chacun d'argumenter et de justifier pour convaincre ses pairs.
Étape 3 Bilan collectif	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Choix par le formateur de quelques productions de groupes d'étudiants et de quelques analyses. ▪ Présentation, par chacun des groupes retenus, des démarches de constructions suivies, des propriétés et instruments utilisés. ▪ Organisation d'un bilan par le formateur, qui pourra porter sur les constructions, les propriétés et les instruments qui auront été négociés lors des étapes précédentes. 	<p>Les productions choisies par le formateur devront être variées et faire intervenir plusieurs propriétés et différents instruments.</p> <p>L'objectif est de permettre aux étudiants de réinvestir la géométrie à l'aide des quelques propriétés, instruments et constructions revisités.</p>

► 3. Bilan critique de la situation proposée

Étape 1 Bilan collectif interactif	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Le formateur donnera quelques éléments sur l'intérêt didactique de la situation, à partir des propositions des élèves-maitres. 	<p>Il s'agit de dégager l'idée de cohérence entre instruments et propriétés lors de constructions. Tout autre point jugé important par le formateur fera également l'objet d'une synthèse (par exemple sur les propriétés ou l'usage des instruments).</p>
--	--	--

■ **Éléments de correction**

Reprenons les 3 phases de la consigne.

► **1. Recherche de situations pour les élèves à partir du support donné**

Les sous-questions a. (notions de *figure géométrique*, d'*instrument*, de *construction* et de *propriété*) et b. (conception d'une situation destinée aux élèves) donneront l'occasion au formateur de se livrer à une courte évaluation diagnostique.

En fonction des propositions, du niveau du groupe et de leurs besoins identifiés, le formateur décidera des bilans et des synthèses à faire.

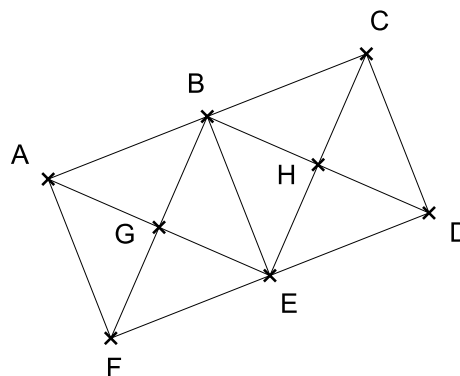
L'objectif de cette partie est de permettre aux élèves-maitres de commencer à réinvestir le domaine de la géométrie, de s'approprier le support proposé et d'en voir les potentialités. Sa durée doit être limitée, la question suivante sera en revanche longuement étudiée.

► **2. Proposition d'une situation à résoudre**

Nous présentons ici des exemples de productions justes, pour attester de la diversité des réponses valides possibles.

Le formateur pourra s'y référer ou préférer travailler à partir des productions, justes ou non, des élèves-maitres.

Nous reproduisons ci-dessous la figure de référence.



CONFIGURATION 1 : on donne $GE = 4$ cm

❶ Exemple 1 de production valide : on commence par construire le carré *ABEF*.

Étapes	Instruments	Propriétés
Construire [GE].	Règle graduée	

Étapes	Instruments	Propriétés
Tracer la droite (GE) et, par report de la distance GE à partir de G, construire A tel que G soit le milieu de [AE].	Règle graduée	Définition du milieu d'un segment.
Construire la médiatrice de [AE]	Équerre	La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu d'un segment et lui est perpendiculaire.
Tracer le cercle de diamètre [AE]. Les points d'intersection de ce cercle et de la médiatrice précédente définissent le carré ABEF.	Compas	Les diagonales d'un carré sont perpendiculaires, se coupent en leur milieu et ont même longueur.
Tracer la droite (AB) et placer C tel que B soit le milieu de [AC].	Règle graduée	Définition du milieu d'un segment.
Tracer la droite (FE) et placer D tel que E soit le milieu de [FD].	Règle graduée	Définition du milieu d'un segment.
Tracer les diagonales du carré BCDE qui se coupent en centre H.	Règle	

② Exemple 2 de production valide : *on commence par construire le carré GBHE.*

Étapes	Instruments	Propriétés
Construire [GE].	Règle graduée	
Construire le triangle BGE, isocèle et rectangle en G.	Équerre et règle graduée	Définition du triangle isocèle. Définition du triangle rectangle.
Construire le carré GBHE.	Compas <i>Remarque : Il suffit de tracer le point d'intersection des 2 arcs de cercles de rayon GE et de centres respectifs B et E.</i>	Un carré est un losange. Les côtés d'un losange ont la même longueur.
Tracer la droite (EH) et placer C tel que H soit le milieu de [EC].	Règle graduée	Définition du milieu d'un segment.
Tracer la droite (BH) et placer D tel que H soit le milieu de [BD].	Règle graduée	Définition du milieu d'un segment.
Tracer les côtés du carré BCDE.	Règle	

Étapes	Instruments	Propriétés
Tracer la droite (BG) et placer F tel que G soit le milieu de [BF].	Règle graduée	Définition du milieu d'un segment.
Tracer la droite (EG) et placer A tel que G soit le milieu de [EA].	Règle graduée	Définition du milieu d'un segment.
Tracer les côtés du carré ABEF.	Règle	

CONFIGURATION 2 : on donne $AB = 4$ cm

- ❶ Exemple 1 de production valide : *on commence par construire le triangle rectangle isocèle AEC.*

Étapes	Instruments	Propriétés
Construire le segment [AB].	Règle graduée	
Tracer la droite (AB) et placer C tel que B soit le milieu de [AC].	Règle graduée	
Tracer le cercle de diamètre [AC].	Compas	
Construire la médiatrice de [AC] qui coupe le cercle précédent en E.	Équerre	La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu d'un segment et lui est perpendiculaire.
Tracer le triangle rectangle isocèle AEC.	Règle	Le cercle circonscrit d'un triangle rectangle a pour diamètre le milieu de l'hypoténuse. La médiatrice est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment.
Tracer la perpendiculaire à (AC) qui passe par A et la perpendiculaire à (AC) qui passe par C.	Équerre	
La perpendiculaire à (EB) qui passe par E coupe les deux précédentes droites respectivement en F et en D.	Équerre	
Tracer le rectangle ACDF.	Règle	Les côtés consécutifs d'un rectangle sont perpendiculaires.
Tracer les diagonales des quadrilatères ABEF et BCDE dont les centres sont respectivement G et H.	Règle	

- ② Exemple 2 de production valide : *on commence par construire le rectangle ACDF.*

Étapes	Instruments	Propriétés
Construire le segment [AB].	Règle graduée	
Tracer la droite (AB) et placer C tel que B soit le milieu de [AC].	Règle graduée	
Tracer la droite perpendiculaire en C à (AC).	Équerre	
Tracer le point D sur cette droite tel que $CD = 4$ cm.	Règle graduée	
Construire le point F tel que ACDF soit un rectangle.	Compas <i>Remarque : F est l'un des points d'intersection du cercle de rayon AC et de centre D et du cercle de rayon CD et de centre A.</i>	Un rectangle possède 4 angles droits. Un rectangle est un parallélogramme. Les côtés opposés d'un parallélogramme ont même longueur.
Tracer le rectangle ACDF, les diagonales des carrés ABEF et BCDE et les centres G et H de ces derniers carrés.	Règle	

► 3. Bilan critique de la situation proposée

Le principal point à retenir du point de vue de la compétence professionnelle cible est le fait que des constructions, l'usage des instruments est corrélé avec des propriétés.

Les propriétés servent ici à justifier la construction.

En fonction du groupe, de ses demandes, des manques ou des insuffisances constatées, le formateur orientera les échanges collectifs et fera porter la discussion sur les points qu'il jugera nécessaires, comme par exemple :

- les propriétés géométriques :
 - des quadrilatères (rectangles, carrés) relatives à leurs côtés ou à leurs diagonales ;
 - des triangles (isocèles, rectangles) ;
 - des transformations géométriques (par exemple, la symétrie centrale pour construire le symétrique d'un point par rapport à un autre) ;

- l'utilisation des instruments ;
- la chronologie de construction et en particulier la première sous-figure construite, qui peut être :
 - un « petit » triangle isocèle rectangle (tel que AGB ou GBE) ;
 - un « grand » triangle isocèle rectangle (tel que AEC) :
 - un « petit » carré (tel que ABEF) ;
 - un rectangle « englobant » (tel que ACDF).

ÉTAPE 2 : RÉALISATION D'UNE TÂCHE

► Objectif de formation

L'objectif de cette phase est de permettre aux élèves-maitres de s'exercer à construire des figures géométriques avec les instruments donnés et en mentionnant les propriétés voulues et de réfléchir à des situations destinées aux élèves.

► Vue d'ensemble

Une première phase permet aux élèves-maitres de réfléchir à la conception d'une situation permettant de travailler les constructions, instruments et propriétés à partir de supports donnés.

Une situation leur est ensuite proposée qui comprend plusieurs temps.

Dans un premier temps, cette situation permet à chaque élève-maitre d'exprimer individuellement ses représentations sous la forme d'un programme de construction, de choix d'instruments et de propriétés.

Dans un second temps, les propositions individuelles seront confrontées au sein d'un groupe qui devra élaborer une production commune. Cette production sera ensuite soumise à un groupe relecteur.

Ces différentes étapes sont ainsi favorables à une interaction entre élèves-maitres et à l'évolution de leurs représentations.

Un bilan final permet de retirer quelques enseignements du vécu de cette situation.

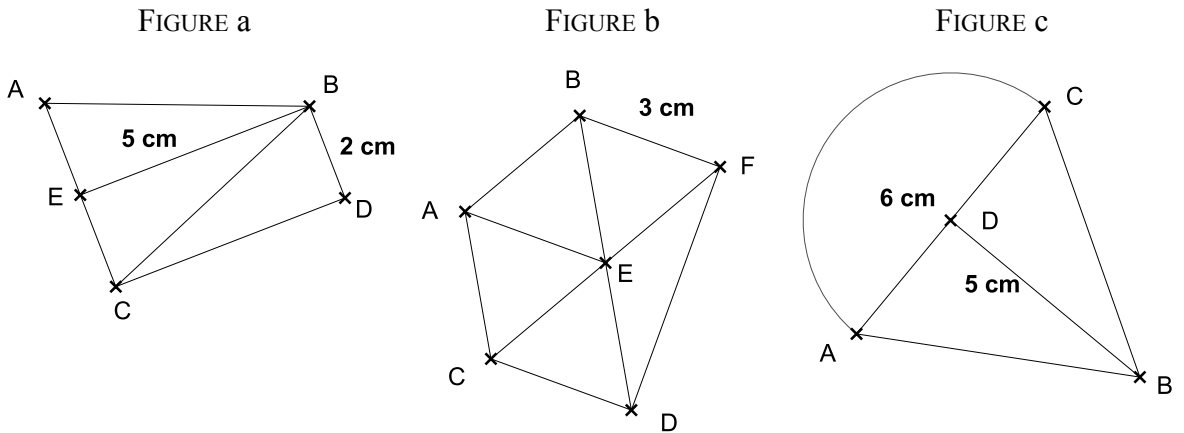
■ Consigne

La consigne se décompose en 3 étapes.

► 1. Recherche de situations pour les élèves à partir du matériel donné.

On donne les 3 figures a, b, c représentées ci-dessous.

Il est demandé de proposer les grandes lignes d'une situation destinée aux élèves et qui leur permette de travailler les constructions, les propriétés et l'usage des instruments.



► 2. Proposition d'une situation à résoudre

On considère les 3 figures a, b, c proposées ci-dessous accompagnées d'une description et d'une liste d'instruments de construction.

Pour chaque figure, on demande :

1. d'écrire un programme de construction réalisable avec les instruments autorisés ;
2. de donner une courte description de la façon d'utiliser les instruments lorsqu'on suivra le programme de construction ;
3. de préciser les propriétés géométriques qui assurent que l'utilisation des instruments permet d'obtenir les spécifications mentionnées dans le programme de construction.

Nom de la figure : figure a.

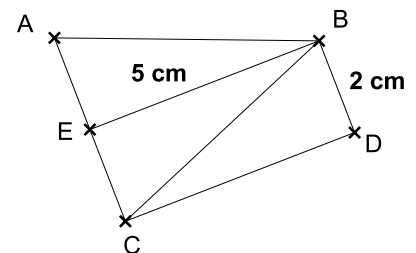
Description partielle :

La figure se compose :

- d'un rectangle dont les dimensions sont 5 cm et 2 cm ;
- d'un triangle isocèle dont la hauteur principale mesure 5 cm.

Instruments autorisés pour la construction :

règle graduée et équerre.



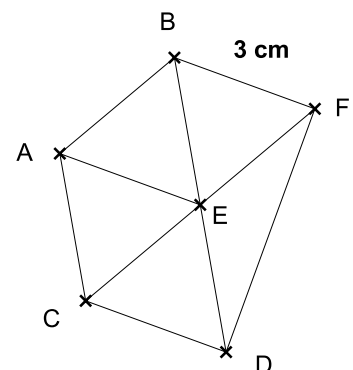
Nom de la figure : figure b.

Description partielle :

La figure se compose de 4 triangles équilatéraux de longueur de côté 3 cm.

Instruments autorisés pour la construction :

règle graduée, compas et équerre.



Nom de la figure : figure c.

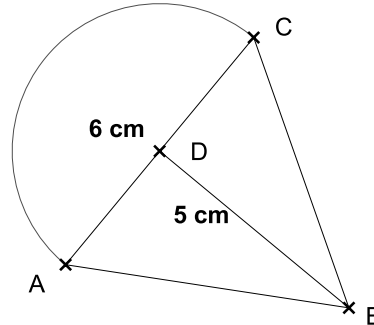
Description partielle :

La figure se compose :

- d'un demi-cercle de diamètre 6 cm ;
- d'un triangle isocèle dont la base mesure 6 cm et la hauteur principale 5 cm.

Instruments autorisés pour la construction :

règle graduée et compas.



► **3. Bilan critique de la situation proposée**

Faites un bilan personnel des connaissances que vous avez travaillées, tant sur le plan didactique que mathématique.

■ **Mise en œuvre**

Reprenons les 3 phases de la consigne.

► **1. Recherche de situations pour les élèves à partir du matériel donné**

Comme dans l'étape 1 de mise en situation, le formateur organisera un temps de travail en binôme afin que les élèves-maitres élaborent des situations pour les élèves à partir du matériel donné.

Un temps de synthèse collectif permettra une présentation, sous la direction du formateur, de quelques propositions des étudiants.

Le temps consacré à cette étape 1 sera limité. Il s'agit en effet de donner l'occasion aux élèves-maitres d'appréhender le matériel proposé et d'en explorer les potentialités.

► **2. Proposition d'une situation à résoudre**

Le formateur pourra suivre la mise en œuvre précisée dans le tableau suivant.

Étapes	Description	Commentaires
Étape 1 Travail individuel	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lire la consigne. ▪ Les étudiants construisent individuellement les figures et mentionnent les propriétés voulues. 	L'objectif est que chaque étudiant dispose d'une solution, avant de la soumettre à ses pairs.

Étapes	Description	Commentaires
Étape 2 Travail en groupes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mettre les élèves-maitres en groupe d'au plus quatre pour échanger sur leurs productions. ▪ Chaque groupe doit produire une proposition commune, intégrant le programme, l'utilisation des outils et les propriétés voulues. 	L'objectif est que chaque production soit analysée par le groupe et que des échanges s'engagent sur les manipulations des instruments et les connaissances en jeu.
Étape 3 Échanges entre groupes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Les groupes s'échangent leurs productions. ▪ Chaque groupe analyse les productions reçues et dresse un bilan sur la manipulation des instruments et les propriétés en jeu. ▪ Une confrontation entre groupes permettra un retour au groupe émetteur sur sa production. 	L'objectif est de permettre à chaque élève-maitre d'exprimer ses représentations et d'interagir avec ses pairs pour les faire évoluer.
Étape 4 Bilan collectif	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Choix par le formateur de quelques productions de groupes d'étudiants. ▪ Présentation, par chacun des groupes retenus, des démarches de constructions proposées, de la manipulation des instruments et des propriétés impliquées. ▪ Organisation d'un bilan par le formateur. 	Les productions choisies par le formateur devront être variées pour explorer différentes constructions qui mettent en jeu un large choix de propriétés.

► **3. Bilan critique de la situation proposée**

Ce bilan sera conduit de façon collective et interactive, sous la direction du formateur, qui choisira les connaissances à négocier en fonction du groupe et de ses besoins.

ÉTAPE 3 : ANALYSE DES PRODUCTIONS

► Objectif de formation

Le travail consiste à engager les élèves-maitres en petits groupes dans une réflexion sur :

- la conception d'un programme de construction ;
- l'usage d'instruments précis et l'explicitation de propriétés qui valident cet usage.

■ Rappel de la consigne

On considère les 3 figures a, b, c précisées ci-dessous accompagnées d'une description et d'une liste d'instruments de construction.

Pour chaque figure, on demande :

- 1. d'écrire un programme de construction réalisable avec les instruments autorisés ;
- 2. de donner une courte description de la façon d'utiliser les instruments lorsqu'on suivra le programme de construction ;
- 3. de préciser les propriétés géométriques qui assurent que l'utilisation des instruments permet d'obtenir les spécifications mentionnées dans le programme de construction.

■ Éléments de correction

Reprenons les 3 phases de la consigne.

- 1. Recherche de situations pour les élèves à partir du matériel donné

Nous ne présentons pas ici d'éléments de correction particuliers, étant donné les nombreuses productions valides et possibles.

Le formateur choisira les productions qu'il jugera utiles au groupe et apportera les connaissances voulues sur les points mathématiques (instruments, propriétés) ou didactiques (conception de situation pour les élèves).

- 2. Proposition d'une situation à résoudre

Voici quelques éléments de correction.

FIGURE a

Nom de la figure : figure a.

Description :

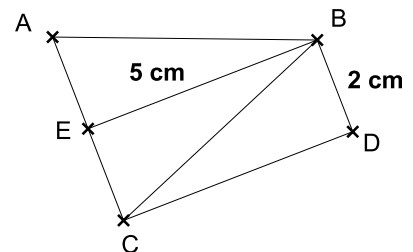
La figure se compose :

- d'un rectangle dont les dimensions sont 5 cm et 2 cm ;
- d'un triangle isocèle dont la hauteur principale mesure 5 cm.

Instruments autorisés

pour la construction :

règle graduée et équerre.



❶ Programme de construction 1 : *l'élément initial est le rectangle EBDC.*

Programme de construction	Utilisation des outils lors de l'exécution du programme de construction	Propriétés qui assurent que l'utilisation des outils valide le programme de construction
Construire le rectangle EBDC tel que $EB = 5 \text{ cm}$ et $BD = 2 \text{ cm}$.	On trace [EB] de longueur 5 cm à l'aide de la règle graduée. On utilise l'équerre pour tracer la perpendiculaire en B à (EB). On trace D sur cette perpendiculaire, tel que $BD = 2 \text{ cm}$ à l'aide de la règle graduée. On utilise l'équerre pour tracer la perpendiculaire en E à (EB). On trace C sur cette perpendiculaire, tel que $EC = 2 \text{ cm}$ à l'aide de la règle graduée. On trace [CD] et [CB].	Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles. Donc, $(EC) \parallel (BD)$. Un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme. Donc, EBDC est un parallélogramme. Un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle. Donc, EBDC est un rectangle.
Construire le symétrique A de C par rapport à E.	On utilise la règle graduée pour tracer la droite (EC) puis le point A.	Le symétrique M' d'un point M par rapport à un point O est tel que O est milieu de [MM'].
Tracer le triangle ACB.		

② Programme de construction 2 : *l'élément initial est le trapèze ABCD.*

Programme de construction	Utilisation des outils lors de l'exécution du programme de construction	Propriétés qui assurent que l'utilisation des outils valide le programme de construction
Construire le trapèze rectangle ABCD de petite base [BD] de 2 cm de longueur, de grande base [AC] de longueur $2 \times BD$ et de hauteur [DC] de 5 cm.	On utilise la règle graduée pour tracer le segment [DC]. Avec l'équerre, on trace les perpendiculaires à (DC) en C et en D. On mesure avec la règle graduée 2 cm et 4 cm pour placer les points B et A. On trace le trapèze rectangle ABCD.	Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles. Donc, $(EC) \parallel (BD)$. Un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles et ayant un angle droit est un trapèze rectangle. Donc, ABCD est un trapèze rectangle.
Construire la médiatrice de [AC] qui coupe [AC] en E.	À l'aide de la règle graduée, on trace le point E, milieu de [AC]. À l'aide de l'équerre, on trace la perpendiculaire à (AC) qui passe par E.	La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu d'un segment et lui est perpendiculaire. Donc, la perpendiculaire tracée est la médiatrice de [AC]

FIGURE b

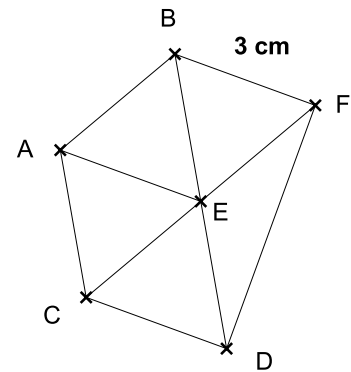
Nom de la figure : figure b.

Description :

La figure se compose de 4 triangles équilatéraux de longueur de côté 3 cm.

Instruments autorisés pour la construction :

règle graduée, compas et équerre.



- ❶ Programme de construction 1 : *l'élément initial est l'hexagone dont F, B, A et C sont 5 sommets.*

Programme de construction	Utilisation des outils lors de l'exécution du programme de construction	Propriétés qui assurent que l'utilisation des outils valide le programme de construction
Construire un hexagone régulier de centre E et dont le rayon du cercle circonscrit soit de 3 cm. On notera F, B, A, C et D, 5 de ses sommets consécutifs.	À l'aide du compas, on trace un cercle de centre E et de rayon 3 cm. On trace un point F de ce cercle. On appelle B l'intersection de ce cercle avec le cercle de centre F et de rayon 3 cm. Pour définir les points A, C et D, on réitère 3 fois le processus précédent en prenant comme nouveau centre le dernier point tracé.	Un hexagone inscrit dans un cercle et ayant ses 6 côtés de même longueur est un hexagone régulier. Donc, FBACDM est un hexagone régulier, où M est le dernier sommet non mentionné dans la construction.
Tracer les rayons [EF], [EB], [EA], [EC] et [ED], ainsi que le segment [FD].		

② Programme de construction 2 : *l'élément initial est le triangle équilatéral BFE.*

Programme de construction	Utilisation des outils lors de l'exécution du programme de construction	Propriétés qui assurent que l'utilisation des outils valide le programme de construction
Construire le triangle équilatéral BFE de longueur de côté 3 cm.	À l'aide de la règle graduée, on trace [BF] de longueur 3 cm. À l'aide du compas, on trace 2 cercles de même rayon, de centres respectifs B et F et qui se coupent en E.	Un triangle équilatéral possède 3 côtés de même longueur. Donc, BFE est équilatéral.
Construire le rectangle BFDC dont le centre est E.	À l'aide de la règle et du compas, on construit les points D et C, symétriques respectifs de B et de F par rapport à E. On trace les côtés du rectangle.	Le symétrique M' d'un point M par rapport à A est tel que A soit le milieu de [MM']. Donc, E est milieu de [BD] et [CF]. Un quadrilatère ayant ses diagonales sécantes en leur milieu est un parallélogramme. Donc, BFDC est un parallélogramme. Un parallélogramme ayant ses diagonales de même longueur est un rectangle. Donc, BFDC est un rectangle.
Construire le point A tel que ABEC soit un losange.	À l'aide du compas, on trace les cercles de centres respectifs B et C et qui se coupent en A.	Un quadrilatère ayant ses 4 côtés de même longueur est un losange. Donc, ABEC est un losange.

FIGURE c

Nom de la figure : figure c.

Description :

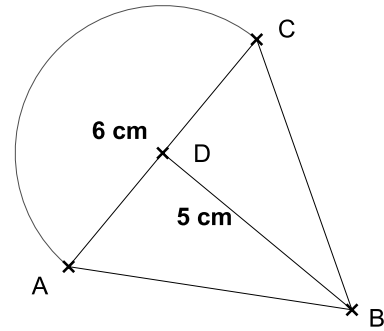
La figure se compose :

- d'un demi-cercle de diamètre 6 cm ;
- d'un triangle isocèle dont la base mesure 6 cm et la hauteur principale 5 cm.

Instruments autorisés

pour la construction :

règle graduée et compas.



❶ Programme de construction 1 : *l'élément initial est le triangle isocèle ACB.*

Programme de construction	Utilisation des outils lors de l'exécution du programme de construction	Propriétés qui assurent que l'utilisation des outils valide le programme de construction
Construire le triangle isocèle ACB de sommet principal B tel que [AC] mesure 6 cm et la hauteur [BD] mesure 5 cm.	À l'aide de la règle graduée, on trace [AC] de 6 cm de longueur. À l'aide du compas, on trace 4 cercles de même rayon et de centres respectifs A et C. Les 2 points d'intersection de ces cercles permettent de tracer la médiatrice Δ de [AC]. Cette médiatrice coupe [AC] en D. Sur cette médiatrice et avec la règle graduée, on trace le point B, à une distance de 5 cm du point D.	La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment. Donc, Δ est la médiatrice de [AC]. Un triangle ayant deux côtés de même mesure est un triangle isocèle. Donc, comme B appartient à la médiatrice de [AC], ACB est un triangle isocèle. Dans un triangle, la hauteur issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet. Donc, (BD) est une hauteur du triangle ABC.
Construire le demi-cercle de diamètre [AC] et qui n'a pas de point d'intersection avec le segment [BD].	On utilise le compas, D étant le centre du cercle à tracer.	

- ② Programme de construction 2 : *l'élément initial est le cercle de diamètre [AC].*

Programme de construction	Utilisation des outils lors de l'exécution du programme de construction	Propriétés qui assurent que l'utilisation des outils valide le programme de construction
Tracer le segment [AC] tel que $AC = 6$ cm et son milieu D.	On utilise la règle graduée pour tracer le segment et son milieu.	
Construire le demi-cercle de diamètre [AC].	On utilise le compas.	
Construire la médiatrice de [AC].	À l'aide du compas, on trace 4 cercles de même rayon et de centres respectifs A et C. Les 2 points d'intersection de ces cercles permettent de tracer la médiatrice Δ de [AC].	La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment. Donc, Δ est la médiatrice de [AC].
Tracer le point B de la médiatrice de [AC] tel que $DB = 5$ cm et qui ne soit pas dans le même demi-plan de frontière (AC) que le demi-cercle de diamètre [AC].		

REMARQUE : Pour élaborer le programme de construction, on pouvait choisir d'autres éléments initiaux tels que :

- le rectangle CDBM (où M n'est pas sur la figure finale) ;
- le rectangle ACNP, où N et P qui ne sont pas sur la figure initiale, sont tels que le côté [NP] est parallèle à (AC) et a pour milieu B.

► **3. Bilan critique de la situation proposée**

Le formateur insistera sur la cohérence entre propriétés et instruments. L'usage d'un instrument est en effet corrélé à une propriété mathématique qui assure le respect des conditions mathématiques énoncées dans la consigne. Les propriétés servent ici à valider la construction.

Le formateur reprendra également tous les points qui lui paraîtront nécessaires pour consolider la formation professionnelle des élèves-maitres, qu'ils soient mathématiques (instruments, propriétés) ou didactiques et relatifs à la mise en place de situations d'enseignement auprès des élèves.

■ **Exemples de productions erronées possibles**

Ces exemples concernent la phase 2 de la consigne :

► **2. Proposition d'une situation à résoudre**

Incohérences ou insuffisances	Apports du formateur et pistes de travail avec les élèves-maitres		
	Exemples	Pistes de travail	Bilan
Saut d'étape ou incohérences dans la chronologie de construction.	Construire un cercle de centre A et de rayon 3 cm. <i>Si le point A n'était pas encore défini, le cercle ne peut pas être construit.</i>	Un étudiant passe au tableau et réalise la construction sous la dictée d'un autre. On constate que la construction est impossible.	Lors de l'écriture d'un programme de construction, il est préférable de réaliser au fur et à mesure la construction à main levée afin de vérifier la cohérence du programme.
Propriétés inadaptées par rapport à l'instrument utilisé.	Construire un triangle équilatéral ABC de longueur de côté 4 cm. <i>La seule mention de la règle graduée pour construire le triangle équilatéral serait erronée, le compas est également nécessaire.</i>	Inviter un étudiant à faire la construction au tableau avec la règle graduée et un autre à la faire avec le compas et la règle graduée. Les étudiants découvriront par eux même l'impossibilité de construire le triangle avec la seule règle graduée.	L'usage du compas, en plus de la règle graduée, est parfois nécessaire pour finir la construction de triangles ou de quadrilatères dont les dimensions sont données.

Incohérences ou insuffisances	Apports du formateur et pistes de travail avec les élèves-maitres		
	Exemples	Pistes de travail	Bilan
Constructions peu habituelles	<p>Construire la bissectrice de l'angle \widehat{ABC}.</p> <p><i>Si la règle graduée et l'équerre étaient les seuls instruments autorisés pour construire la bissectrice, la construction qui en résulterait serait peu fréquente.</i></p>	<p>Faire vérifier par les étudiants qui passent au tableau la procédure de construction de la bissectrice à l'aide de la règle graduée et de l'équerre.</p>	<p>La construction de la bissectrice d'un angle est possible avec :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ le rapporteur et la règle ; ▪ le compas et la règle ; ▪ l'équerre et la règle graduée, cette construction étant moins habituelle que les précédentes.
Erreur de propriété	<p>Construire un cercle de diamètre $[AB]$ et de centre O.</p> <p>Construire un point C sur ce cercle tel que le triangle ABC soit rectangle en C.</p> <p><i>Justifier que le triangle est rectangle car la longueur de la médiane issue de A est égale à moitié de la longueur de l'hypoténuse est erroné. En effet, parler d'hypoténuse signifierait que le triangle serait déjà reconnu comme rectangle, ce qui invalide le recours à cette propriété comme justification.</i></p>	<p>Faire redécouvrir et formuler aux étudiants la condition pour qu'un triangle soit rectangle à l'aide de la propriété relative à la médiane issue d'un sommet.</p>	<p>Revenir sur cette propriété : si, dans un triangle, la médiane issue d'un sommet est la moitié du côté opposé à ce sommet, alors le triangle est rectangle.</p>

ÉTAPE 4 : STRUCTURATION DES CONTENUS

► Objectif de formation

Cette étape vise à expliciter les principales lignes directrices à suivre lorsqu'un enseignant cherche à concevoir pour ses élèves des activités de géométrie qui mêlent constructions, propriétés et instruments.

■ Consigne

Nous proposons aux élèves-maitres de faire un point et de réfléchir sur :

- 1. les grandes lignes à suivre lorsque l'on conçoit des situations d'enseignement intégrant les constructions, propriétés et instruments ;
- 2. les différentes approches possibles en géométrie ;
- 3. les instruments et les niveaux de classes où ils sont introduits ;
- 4. les propriétés des objets géométriques, relatives par exemple aux quadrilatères ;
- 5. la manipulation des instruments ;
- 6. les différents types de travail en géométrie.

■ Mise en œuvre

Le travail se réalisera en groupe d'au plus quatre sur les contenus proposés.

Le formateur traitera le premier point et décidera s'il travaille sur l'intégralité des points suivants qui sont assez nombreux.

Il choisira ensuite les groupes auxquels il donnera la parole. Ces propositions seront débattues collectivement, argumentées, enrichies ou modifiées selon les besoins du groupe.

Les contenus institutionnalisés seront dispensés au fil de la séance et feront l'objet d'une attention particulière.

■ Contenus institutionnalisés

Nous présentons ci-dessous quelques éléments qui visent à s'approprier la compétence professionnelle cible de conception de situations mêlant les constructions, les instruments et les propriétés.

Le premier point présenté énonce quelques grandes lignes à suivre pour élaborer des situations. Les autres points précisent des points mathématiques qu'il est nécessaire de maîtriser pour être capable de mêler constructions, instruments et propriétés dans une même situation.

Le formateur trouvera dans le livret de mathématiques IFADEM de formation continue n° 4, *Mettre en œuvre efficacement la situation-problème et les activités géométriques à l'école primaire*, entre les pages 79 et 110, les fondements mathématiques nécessaires à l'acquisition de la compétence professionnelle de conception de situations mettant en jeu les constructions, les propriétés et les instruments. Les paragraphes suivants donnent un simple aperçu de ces éléments fondamentaux et précisent les pages du livret où ces contenus sont développés.

► **1. La conception de situations d'enseignement de géométrie**

Il n'y a pas de « recette », de méthodologie ou de démarche systématique qui permette de concevoir des situations intégrant les propriétés, instruments et constructions en géométrie.

Les grandes lignes applicables à la conception de situation d'enseignement portant sur d'autres domaines s'appliquent donc. On peut leur ajouter la nécessité d'assurer une cohérence entre propriétés, constructions et instruments. On obtient ainsi :

Lignes générales à respecter lors de la conception de situations intégrant des constructions, des propriétés et des instruments.

- Enjeux et sens de la situation
 - Veiller à ce que la situation soit motivante pour l'élève, qu'elle porte un enjeu, une difficulté à franchir ;
 - Veiller à ce que la situation ait du sens, qu'elle soit immédiatement compréhensible pour l'élève ;
- Interactions entre pairs et avec le groupe
 - Favoriser des échanges entre pairs, pour permettre aux élèves d'élaborer des productions communes et de confronter leurs représentations avec leurs pairs ;
 - L'objectif est que la nécessité de verbaliser et d'argumenter amène les apprenants à enrichir leurs représentations et les faire évoluer ;
- Implication des élèves
 - Veiller à ce que les élèves s'impliquent dans leurs activités ;
 - Pour cela, organiser des échéances à leur intention, comme la possibilité de valider par eux-mêmes leurs productions, obtenir un retour, tester leurs démarches et stratégies ;

- Veiller également à leur soumettre des situations ouvertes, avec plusieurs résolutions possibles, pour qu’ils puissent faire preuve d’inventivité et d’originalité en imaginant des réponses et des démarches personnelles ;
- Assurer la cohérence entre constructions, propriétés et instruments
 - Veiller à la parfaite adéquation entre constructions, propriétés et instruments ;
 - L’usage d’un instrument ne peut être sous-tendu que par une propriété géométrique sous-jacente ;
 - Une construction donnée mobilise nécessairement des propriétés précises et induit l’usage d’instruments définis.

► 2. Les différentes approches en géométrie

Lorsqu’ils abordent la géométrie, les jeunes enfants commencent par se familiariser avec les objets du plan de l’espace. Au fil de leur scolarité, ils découvrent de nouveaux objets, de nouvelles propriétés et changent peu à peu d’approches comme l’indique le tableau suivant :

Approche	Fondement de cette approche	Exemple de justification Ce quadrilatère est un carré car...
Perceptive	La perception, qui permet d’identifier visuellement les objets et leurs propriétés.	<i>Ça se voit.</i>
Instrumentée	La connaissance des propriétés et le recours aux instruments.	<i>Un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur et un angle droit est un carré. On utilise par exemple le compas et l’équerre pour vérifier que la figure remplit ces conditions.</i>
Déductive	Le recours aux définitions, propriétés et raisonnements déductifs.	<i>On construit un cercle et 2 diamètres [AC] et [BD]. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme car ses diagonales sont sécantes en leur milieu. Le quadrilatère ABCD est un rectangle car c’est un parallélogramme ayant ses diagonales de même longueur.</i>

► 3. Les instruments et niveaux de classe

Dès le primaire, les apprenants découvrent progressivement les 4 instruments de géométrie suivants : la règle, la règle graduée, l’équerre, le compas et le rapporteur selon le tableau ci-après :

Niveau de classe	Nouvel instrument introduit
CP1	Règle
CP2	Règle graduée
CE1	Équerre, compas

Niveau de classe	Nouvel instrument introduit
CE2	
CM1	Rapporteur
CM2	

► 4. Quelques propriétés

Il est impossible ici de recenser toutes les propriétés qui sont mentionnées dans le livret de formation continue, entre les pages 67 et 78.

Nous nous contentons ici de donner quelques propriétés, non exhaustives, relatives aux quadrilatères particuliers.

- Quelques propriétés des quadrilatères particuliers :

Nature	Quelques propriétés des côtés et des angles	Quelques propriétés des diagonales
Parallélogramme	Les côtés opposés sont parallèles 2 à 2. Les côtés opposés sont de même longueur 2 à 2. Les angles opposés sont égaux 2 à 2.	Les diagonales ont même milieu.
Losange	Les côtés opposés sont parallèles. Les 4 côtés sont de même longueur. Les angles opposés sont égaux.	Les diagonales ont même milieu et sont perpendiculaires.
Rectangle	Les côtés opposés sont parallèles. Les côtés opposés sont de même longueur. Les 4 angles sont droits.	Les diagonales ont même milieu et sont de même longueur.
Carré	Les côtés opposés sont parallèles. Les 4 côtés sont de même longueur. Les 4 angles sont droits.	Les diagonales ont même milieu, même longueur et sont perpendiculaires.

- Quelques conditions sur la nature d'un quadrilatère particulier :

Nature	Quelques conditions suffisantes portant sur les côtés et les angles	Quelques conditions suffisantes portant sur les diagonales
Parallélogramme	Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles est un parallélogramme. Un quadrilatère dont les côtés opposés ont la même longueur est un parallélogramme. Un quadrilatère dont les angles opposés sont égaux est un parallélogramme.	Un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu est un parallélogramme.

Nature	Quelques conditions suffisantes portant sur les côtés et les angles	Quelques conditions suffisantes portant sur les diagonales
Losange	Un quadrilatère dont les 4 côtés ont même longueur est un losange. Un parallélogramme dont 2 cotés consécutifs ont même longueur est un losange.	Un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu et sont perpendiculaires est un losange. Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un losange.
Rectangle	Un quadrilatère dont les 4 angles sont droits est un rectangle. Un parallélogramme ayant 1 angle droit est un rectangle.	Un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu et ont même longueur est un rectangle. Un parallélogramme dont les diagonales on même longueur est un rectangle.
Carré	Un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange est un carré.	Un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu, la même longueur et sont perpendiculaires est un carré.

► 5. La manipulation des instruments

Le livret de formation continue détaille la manipulation des différents instruments, entre les pages 82 et 107.

À titre d'exemple, nous présentons 2 images issues d'une série de dessins détaillant la manipulation du rapporteur et de l'équerre pour effectuer des constructions données.

Extrait d'une explication de la manipulation du rapporteur pour construire un angle de mesure donnée.	Extrait d'une explication de la manipulation de l'équerre et de la règle pour construire des parallèles.

► 6. Types de problèmes en géométrie

Il existe cinq grands types de problèmes relatifs à l'étude des figures planes et pouvant être réalisés à l'école élémentaire².

❶ Premiers types de problèmes :

Type de problème	Description	Commentaires
Décrire	Il s'agit d'utiliser le vocabulaire géométrique pour qualifier une figure.	Une description permet par exemple d'identifier une figure parmi d'autres ou de construire une figure sans la voir.
Reproduire	Il s'agit de construire une figure identique à un modèle donné.	Le degré de conformité avec le modèle doit être précisé (reproduction à l'échelle 1 ou non, superposabilité avec le modèle ou non) ainsi que les techniques et instruments autorisés (papier calque, gabarits, prise de mesure directe sur le modèle...).
Construire	Il s'agit de construire une figure à partir d'une représentation (texte, programme de construction, description, schéma, dessin à main levée...).	Les propriétés qui seront utilisées dépendent du support de construction et des instruments autorisés. Le matériel de construction peut être imposé, ainsi que le support de dessin (feuille blanche ou papier quadrillé).
Représenter	Il s'agit de spécifier un objet géométrique à l'aide de gabarits, de schémas, de dessins à main levée.	Ces représentations peuvent inclure des codes pour dénoter certaines propriétés sur la figure et inclure éventuellement du texte.

❷ Autres types de problèmes :

Type de problème	Description	Commentaires
Classer	Il s'agit de répartir des éléments dans différents sous-ensembles appelés « classes » selon un critère défini qui prend plusieurs valeurs. Les activités de classement permettent de travailler les propriétés géométriques des figures.	EXEMPLES : <ul style="list-style-type: none"> ▪ classer parmi des figures données les polygones et les non-polygones ; ▪ classer les figures selon leur nombre d'angles droits, dans un jeu donné de figures.

² Voir M. FÉNICHÉL, M. PAUVERT et N. PFAFF, *Formation des enseignants*, Paris, Bordas pédagogie, 2004, et P. DELHUMEAU, S. GOBERT, *Savoirs et pratiques des polygones à l'école primaire*, Brochure IREM des Pays de la Loire, Nantes, IREM, Université de Nantes, 2011.

Type de problème	Description	Commentaires
Reconnaitre	Il s'agit de reconnaitre une ou plusieurs figures parmi d'autres à partir d'une description.	Le jeu du portrait est un exemple de situation. Il consiste à identifier dans un ensemble de figures, celles qui répondent à des critères géométriques donnés.

ÉTAPE 5 : FIXATION/ENTRAÎNEMENT

► Objectif de formation

Cette étape propose de travailler une situation créative qui permet de consolider l'acquisition de la compétence professionnelle de conception de situations destinées aux élèves et qui portent sur les constructions, les propriétés et les instruments.

■ Consigne

Matériel proposé pour l'activité

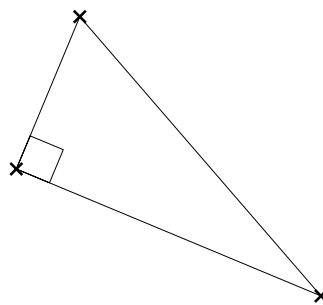
On considère un **triangle rectangle isocèle T**, semblable à la figure ci-dessous, et dont l'un des côtés de l'angle droit est le double de l'autre côté de l'angle droit.

On considère 4 triangles rectangles isocèles, isométriques et semblables à T. On appelle **assemblage** toute juxtaposition de ces 4 triangles, qui partagent deux à deux un côté commun de même longueur et dont les sommets coïncident pour ce côté commun.

On considère les **figures géométriques** que l'on peut constituer par assemblage de 4 triangles rectangles isocèles, isométriques et semblables à T.

TRIANGLE T

(l'un des côtés de l'angle droit est le double de l'autre côté de l'angle droit)



► 1. Recherche de situations pour les élèves à partir du matériel donné

Il est demandé de proposer les grandes lignes d'une situation destinée aux élèves et qui leur permette de travailler les constructions, les propriétés et l'usage des instruments.

► **2.** Proposition d'une situation à résoudre

On utilise le matériel décrit ci-dessus, au paragraphe « Matériel proposé pour l'activité ».

a. Donnez un programme de construction d'un triangle semblable à T tel que décrit ci-dessus.

En construisant, si possible dans du papier renforcé type carton léger, 4 exemplaires isométriques que l'on découpera. Ces exemplaires sont destinés à être manipulés pour créer des assemblages à l'étape suivante.

b. Déterminez tous les assemblages qui constituent un quadrilatère. On les mémoriserà sur une feuille en les reproduisant à l'aide des assemblages mobiles qui serviront de gabarits.

Classez les quadrilatères obtenus par nature.

c. Choisissez un ou plusieurs quadrilatères particuliers obtenus et pour chacun d'entre eux :

- Réalisez leur construction avec les instruments de votre choix en prenant comme seules références les longueurs des 2 côtés de l'angle droit du triangle rectangle T.
- Justifiez leur nature en utilisant le fait qu'ils sont composés de 4 triangles rectangles isométriques.

► **3.** Bilan critique de la situation proposée

Dégagez l'intérêt de la situation, du point de vue de l'articulation entre construction, instruments et propriétés.

Dressez un bilan personnel sur les apports liés à cette activité et qui vous semblent importants.

■ **Mise en œuvre**

Nous donnons ici quelques pistes de mise en œuvre.

Le formateur pourra se référer aux étapes 2 et 3 pour une mise en œuvre plus détaillée.

Reprenons les 3 phases de la consigne.

► **1.** Recherche de situations pour les élèves à partir du matériel donné

Le formateur organisera un temps de travail en binôme pour que les élèves-maitres élaborent des situations pour les élèves à partir du matériel donné. Un temps de synthèse collectif permettra une présentation, sous la direction du formateur, de quelques propositions des étudiants.

► 2. Proposition d'une situation à résoudre

a. La construction du triangle T donnera lieu à :

- un temps de recherche individuel ;
- un bilan collectif où quelques étudiants (choisis par le formateur pour l'intérêt de leurs propositions) viendront réaliser et présenter leur construction au tableau.

b. Il sera opportun de faire préciser ce qu'est un assemblage de 4 triangles. Des exemples et contrexemples seront dessinés au tableau et discutés collectivement.

Le formateur insistera également sur le fait qu'on ne retient pas un assemblage qui se déduit d'un assemblage déjà trouvé par rotation, symétrie ou retournement.

La production des quadrilatères par assemblage de 4 triangles isométriques rectangles semblables au triangle T devra être faite de façon individuelle.

Au bout d'un premier temps de recherche, le formateur désignera de temps en temps des élèves-maitres qui viendront au tableau pour dessiner au tableau les figures valides qu'ils ont trouvées et qui ne sont pas encore dessinées. La recherche des autres élèves-maitres peut se poursuivre pendant que le tableau se remplit.

Le formateur relancera si besoin la recherche en précisant qu'il y a 12 quadrilatères possibles et qu'une façon d'organiser une recherche systématique est d'assembler 2 triangles et de trouver tous les assemblages différents que l'on peut obtenir à partir de cet assemblage initial de 2 triangles. Il ne reste plus qu'à varier l'assemblage initial de 2 triangles et recommencer en étant attentif à ne pas obtenir un quadrilatère déjà recensé.

Le classement des quadrilatères sera fait individuellement puis validé collectivement

c. Le formateur choisira ensuite une suite de quadrilatères et demandera à chaque élève-maitre de le construire et de justifier sa nature à l'aide de propriétés. Ce travail sera individuel et suivi d'un bilan collectif à partir de la présentation d'élèves-maitres préalablement repérés par le formateur pour la pertinence de leurs propositions.

► 3. Bilan critique de la situation proposée

Le formateur organisera un bilan collectif à partir des observations et commentaires de l'ensemble de son groupe d'étudiants. Il privilégiera les contenus qu'il jugera les plus pertinents par rapport aux demandes exprimées et aux besoins qu'il aura identifiés.

■ **Éléments de correction**

Les indications ci-dessous donnent des pistes de travail avec les élèves-maitres.

► **1. Recherche de situations pour les élèves à partir du matériel donné**

Le formateur choisira les productions effectuées en binôme qui lui sembleront pertinentes. Il est impossible de les recenser ici.

Le formateur repèrera également les propositions qui feront l'objet d'une présentation collective et des connaissances professionnelles et mathématiques à retenir.

► **2. Proposition d'une situation à résoudre**

a. Donner un programme de construction d'un triangle semblable à T en précisant les instruments utilisés.

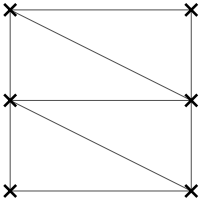
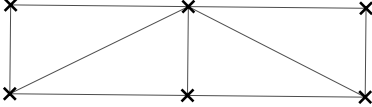
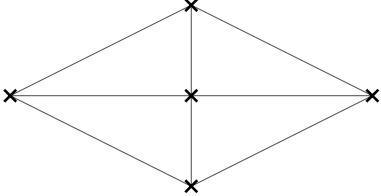
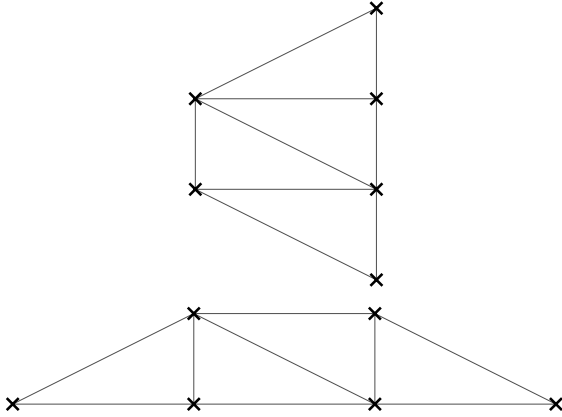
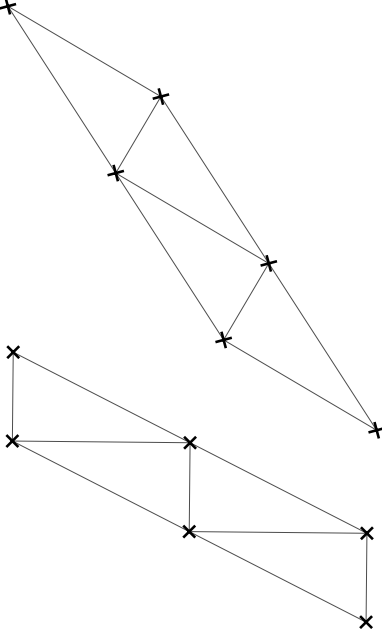
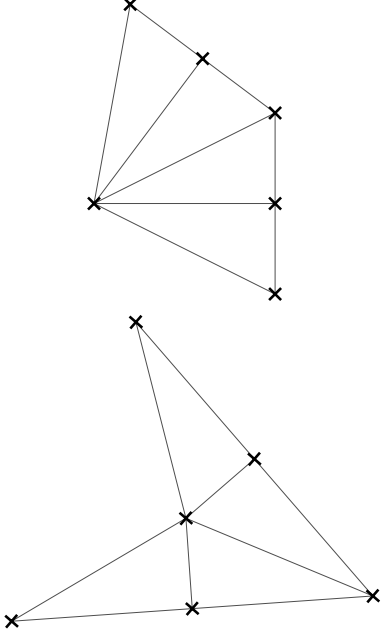
Programme de construction	Instrument utilisés	Figure
Construire 2 droites perpendiculaires en A.	Règle et équerre.	
Sur l'une de ces droites, tracer un point B différent de A.		
Sur la seconde droite, tracer un point C tel que $AC = 2AB$.	Compas pour prendre la distance AB et compas également pour la reporter 2 fois et obtenir C.	
Tracer le triangle ABC.		

b. Déterminer tous les assemblages qui constituent un quadrilatère. Classer les quadrilatères obtenus par natures.

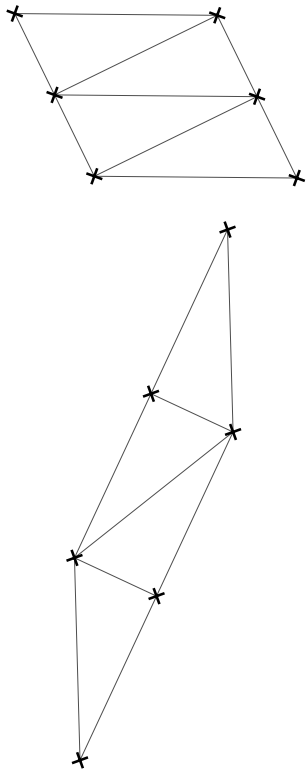
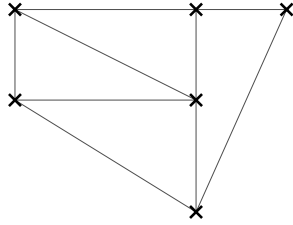
Il y a 12 quadrilatères obtenus par assemblages des 4 triangles. Ils sont dessinés ci-dessous.

Pour les obtenir, on peut commencer par assembler 2 triangles et produire tous les assemblages complétés par les 2 triangles manquants. Il ne reste plus qu'à varier l'assemblage initial de 2 triangles et être attentif à ne pas obtenir un quadrilatère déjà répertorié (rappel : on ne garde pas un quadrilatère qui peut s'obtenir à partir d'un autre déjà recensé par retournement, rotation, symétrie...).

Nous présentons ci-dessous les quadrilatères obtenus en les classant par natures.

<p style="text-align: center;">Un carré</p> 	<p style="text-align: center;">Un rectangle qui n'est pas un carré</p> 
<p style="text-align: center;">Un losange qui n'est pas un carré</p> 	<p style="text-align: center;">Deux trapèzes isocèles</p> 
<p style="text-align: center;">Quatre parallélogrammes qui ne sont ni rectangles ni losanges</p> 	<p style="text-align: center;">Trois quadrilatères qui ne sont pas des parallélogrammes</p> 

CONCEVOIR DES ACTIVITÉS EN GÉOMÉTRIE QUI MÉLÈNT CONSTRUCTIONS, PROPRIÉTÉS ET INSTRUMENTS

(Suite) Quatre parallélogrammes qui ne sont ni rectangles ni losanges	(Suite) Trois quadrilatères qui ne sont pas des parallélogrammes
	

c. Construction des quadrilatères particuliers à partir du triangle T et justification de leur nature en utilisant le fait qu'ils sont composés de quatre triangles rectangles isocèles isométriques.

Nous donnons 3 exemples pour illustrer la démarche.

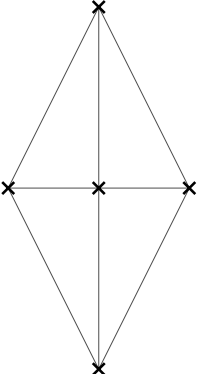
FIGURE	❶ Construction	❷ Justification de leur nature
	<p>Sur 2 droites perpendiculaires, on reporte, de part et d'autre de leur point d'intersection, les longueurs, prélevées au compas, du petit et du grand côté de l'angle droit du triangle T.</p>	<p>Le quadrilatère a 4 côtés de même longueur qui correspondent à l'hypoténuse du triangle T. Un quadrilatère ayant 4 côtés de même longueur est un losange. Donc, le quadrilatère est un losange.</p>

FIGURE	❶ Construction	❷ Justification de leur nature
	<p>On cherche à construire le rectangle central de la figure.</p> <p>On construit le segment correspondant au côté le plus long de l'angle droit en prélevant sa longueur avec le compas.</p> <p>On construit le 3^e sommet de T à l'aide du compas en traçant 2 arcs de cercles dont les rayons respectifs sont ceux des 2 autres côtés de T.</p> <p>À l'aide de la règle graduée, on trace le milieu de l'hypoténuse et le symétrique du sommet de l'angle droit de T par rapport à ce milieu.</p> <p>On obtient ainsi le rectangle central de la figure.</p> <p>On trace alors les symétriques respectifs de 2 sommets de ce rectangle par rapport aux 2 autres.</p>	<p>Les côtés opposés de ce quadrilatère sont égaux car ils mesurent respectivement la longueur de l'hypoténuse et 2 fois la longueur du petit côté de l'angle droit.</p> <p>Un quadrilatère ayant les côtés opposés de même longueur est un parallélogramme.</p> <p>Donc, le quadrilatère est un parallélogramme.</p>

FIGURE	❶ Construction	❷ Justification de leur nature
	<p>On cherche à construire le rectangle central de la figure.</p> <p>On construit le segment correspondant au côté le plus long de l'angle droit en prélevant sa longueur avec le compas.</p> <p>On construit le 3^e sommet de T à l'aide du compas en traçant 2 arcs de cercles dont les rayons respectifs sont ceux des 2 autres côtés de T.</p> <p>À l'aide de la règle graduée, on trace le milieu de l'hypoténuse et le symétrique du sommet de l'angle droit de T par rapport à ce milieu.</p> <p>On obtient ainsi le rectangle central de la figure.</p> <p>On trace alors les symétriques de 2 sommets de ce rectangle de l'un par rapport à l'autre.</p>	<p>Deux côtés de ce quadrilatère sont parallèles car ils sont perpendiculaires à une droite commune car T est un triangle rectangle.</p> <p>Un quadrilatère ayant 2 côtés opposés parallèles est un trapèze.</p> <p>Donc, le quadrilatère est un trapèze.</p> <p>Un trapèze isocèle est un trapèze qui a 2 côtés de même longueur.</p> <p>Donc, le trapèze est isocèle, les 2 côtés égaux correspondent en effet à l'hypoténuse de T.</p>

► **3.** Bilan critique de la situation proposée

L'intérêt de cette situation est de faire appel à la créativité des apprenants qui doivent combiner les 4 triangles de référence pour engendrer des quadrilatères par assemblage.

Les constructions et propriétés doivent ici se trouver en cohérence avec le triangle initial de référence T.

Le formateur reprendra, dans son bilan final, tout élément qu'il jugera pertinent par rapport aux besoins des élèves-maitres et qui peuvent être de nature mathématique (constructions, propriétés) ou didactique (mise en œuvre d'une situation).

ÉTAPE 6 : INTÉGRATION

► Objectif de formation

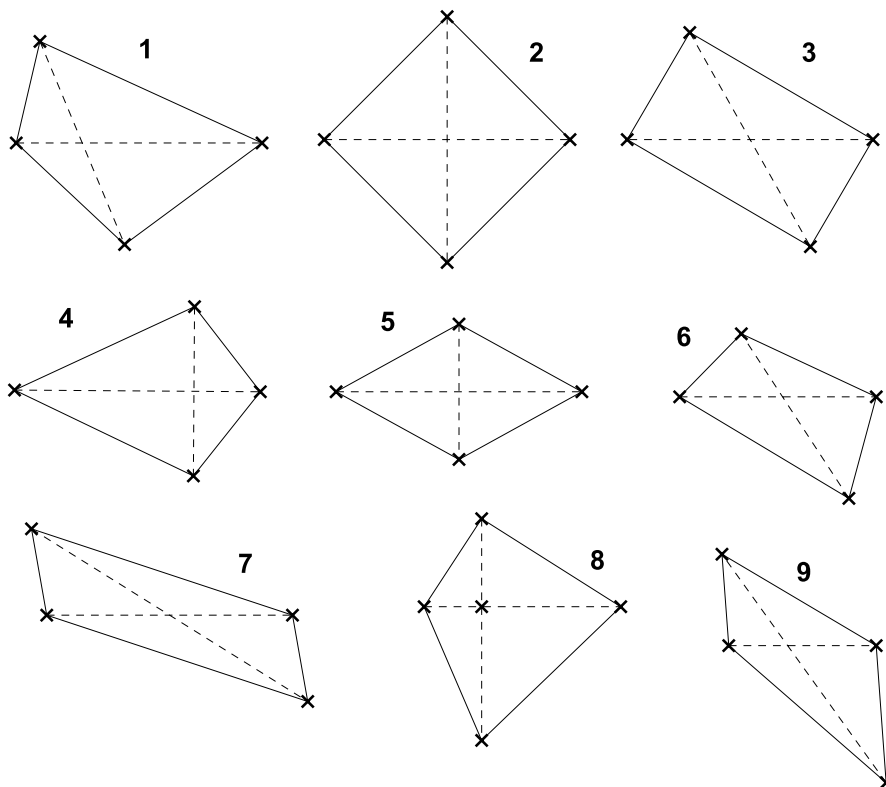
L'objectif est de concevoir une activité pour les élèves qui intègre des propriétés, des instruments et des constructions. Le support est donné pour donner un point de départ, susciter des idées et permettre de concevoir des situations originales.

À cette étape, une plus grande initiative est laissée aux élèves-maitres puisqu'il ne leur est pas proposé de situations à résoudre comme apprenant.

■ Consigne

On donne la planche de figures ci-dessous.

- Concevez plusieurs activités ainsi que leurs consignes qui permettent de faire travailler les élèves sur des constructions, des instruments et des propriétés.



■ **Mise en œuvre**

La séance peut être réalisée en quatre temps :

- ❶ Les élèves-maitres travaillent en groupes d'au plus 4 afin de produire différentes situations et leurs consignes.
- ❷ Les groupes échangent leurs productions. Les groupes récepteurs résolvent la situation comme le feraient les élèves. Ils rédigent une courte analyse critique pour mettre en évidence les points forts, les points faibles et faire des propositions d'amélioration ou de prolongement le cas échéant.
- ❸ Le formateur donne la parole aux groupes dont les productions lui semblent utiles à l'ensemble des étudiants. Il donne la parole aux groupes récepteurs associés aux productions présentées.

Si besoin, le formateur peut exploiter les situations proposées ci-dessous, dans la partie « Éléments de correction ».

- ❹ Le formateur proposera ensuite un bilan pour consolider les acquis les plus importants de la séance.

■ **Éléments de correction**

En premier lieu, nous analysons le support proposé du point de vue des propriétés des figures de la planche.

► **Propriétés relatives aux côtés et aux angles :**

Propriétés \ Figures	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Des côtés consécutifs égaux		X		X	X				
Les côtés opposés égaux 2 à 2		X	X		X		X		
Seulement 2 côtés opposés parallèles									
Les côtés opposés parallèles		X	X		X		X		
Seulement 2 angles égaux				X					
Les angles opposés égaux		X	X		X		X		
1 seul angle droit								X	
4 angles droits		X	X						
Nature (concise)	Quadrilatère	Carré	Rectangle	Quadrilatère	Losange	Quadrilatère	Parallélogramme	Quadrilatère	Quadrilatère

► **Propriétés relatives aux diagonales :**

Propriétés \ Figures	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Diagonales sécantes en leur milieu		X	X		X		X		
Diagonales perpendiculaires		X		X	X			X	
Diagonales de même longueur		X	X			X		X	
Nature (concise)	Quadrilatère	Carré	Rectangle	Quadrilatère	Losange	Quadrilatère	Parallélogramme	Quadrilatère	Quadrilatère

Donnons quelques situations possibles destinées aux élèves.

Ces situations sont décrites comme des situations interactives entre 2 élèves. Elles peuvent se passer entre binôme d'élèves, ce qui leur permet d'échanger, d'enrichir et de remettre en cause leurs représentations. Ces situations peuvent également être conduites en classe entière, le maître lisant alors les productions de ses élèves.

Elles peuvent également se dérouler oralement ou par l'intermédiaire de supports écrits qui pourront être exploités ensuite collectivement par exemple lors des bilans.

► **Jeu du portrait**

Cette situation est axée sur la description et la reconnaissance de figures.

Description sommaire	Commentaires
Un élève choisit une figure. Il doit en donner une description pour qu'un pair l'identifie.	Il sera précisé aux élèves que seul le vocabulaire de géométrie devra être utilisé. Pour travailler certaines notions, on peut imposer de n'utiliser qu'un vocabulaire limité. Par exemple, si on interdit d'utiliser les noms des quadrilatères particuliers, l'élève devra nécessairement décrire le polygone choisi en termes de nombre de côtés, de parallèles, d'angles droits... Cette situation peut se dérouler oralement en continu (un élève décrit, son pair cherche la réponse immédiatement après). Les phases de description et de recherche peuvent aussi être « découplées ». Les élèves écrivent leurs descriptions, qui seront lues et résolues ensuite par un pair dans un second temps.

► **Détermination de propriétés**

Cette situation est axée sur les propriétés et l'usage des instruments.

Description sommaire	Commentaires
<p>Une propriété ou un ensemble de propriétés sont donnés. L'élève doit déterminer les figures qui vérifient la ou les propriété(s).</p>	<p>Certaines propriétés (parallélismes des côtes, perpendicularités, égalités d'angles) peuvent exiger le recours aux instruments. On peut se référer aux propriétés énoncées dans les tableaux précédents et qui concernent les côtés, les angles et les diagonales. Ce travail est l'occasion de réaliser l'importance de certaines conditions pour déterminer la nature de quadrilatères. Par exemple, la propriété <i>Diagonales perpendiculaires</i> s'applique aux quadrilatères 2, 4, 5 et 8 et donc ne permet pas de trier les losanges. En revanche, les propriétés <i>Diagonales perpendiculaires</i> et <i>Diagonales sécantes en leur milieu</i> s'appliquent aux figures 2 et 5 et donc caractérisent les losanges (rappel : un carré est également un losange). On peut imaginer un jeu où l'élève tire une ou plusieurs cartes propriétés et cherche les figures qui vérifient ces propriétés.</p>

► **Détermination des propriétés discriminantes d'un ensemble de figures**

Cette situation est axée sur les propriétés et peut nécessiter de recourir à des instruments.

Description sommaire	Commentaires
<p>On donne à l'élève un ensemble de figures. Il doit trouver un ensemble de propriétés géométriques qui caractérisent les figures données à l'exclusion de toute autre figure. Une validation des propositions sera effectuée par un pair qui effectuera la démarche inverse. Ce dernier partira en effet des propriétés et cherchera les figures qui respectent ces propriétés. Les propriétés seront validées si l'ensemble des figures retrouvées est identique au jeu de figures initial.</p>	<p>Par exemple, considérons le jeu de figures 2, 3, 6 et 8. Le critère qui permet de sélectionner cet ensemble de figures parmi les autres est <i>Diagonales de même longueur</i>. Autre exemple, avec la seule figure 8, cette fois. Le critère qui permet de discriminer cette figure est <i>1 seul angle droit</i>. Un dernier exemple, avec les figures 7 et 5. Un ensemble de propriétés caractéristiques est <i>Côtés opposés parallèles</i> et <i>Pas d'angle droit</i>. Une autre caractérisation est <i>Diagonales sécantes en leur milieu</i> et <i>Diagonales de longueurs différentes</i>. Cette activité exige de la part de l'élève une réflexion approfondie sur les propriétés. Pour réussir cette activité, il devra donner du sens à ces propriétés dont il vérifiera la validité avec les instruments adéquats.</p>

► **Construction selon des critères**

Cette situation est axée sur les descriptions, les propriétés et les constructions.

Description sommaire	Commentaires
<p>Un élève choisit une figure et la décrit.</p> <p>Il donne sa description à un pair qui va construire une figure qui respecte la description.</p> <p>La validation se fait avec l'aide d'un pair qui cherchera à apparier la figure construite avec l'une des figures de la planche.</p> <p>Pour préciser, nous dirons que 2 figures <i>s'apparient</i>, si elles partagent exactement les mêmes contraintes géométriques, aux dimensions près.</p> <p>L'exercice est validé si la figure construite suite à la description est identique à la figure initiale.</p>	<p>Choisissons la figure 4 pour illustrer l'exercice.</p> <p>La description que l'on peut donner est « un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires, de longueurs différentes et ne sont pas sécantes en leur milieu ».</p> <p>La figure construite respectera ces contraintes géométriques, sans pour autant être superposable ou semblable à la figure initiale.</p> <p>Si l'on cherche à apparier la figure construite et l'une des figures de la planche, on va retrouver la figure 4 car elles partagent les mêmes contraintes géométriques, ce qui valide la description.</p> <p>REMARQUE : Si la description s'était limitée à « un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et de longueurs différentes », la figure reconstruite aurait pu être apparierée autant à la figure 3 qu'à la figure 4 qui respectent toutes 2 ces contraintes.</p> <p>La description n'aurait donc pas été satisfaisante.</p> <p>La construction nécessite l'utilisation des instruments, dont il ne fut pas éluder les usages si besoin.</p>

ÉTAPE 7 : REMÉDIATION/ APPROFONDISSEMENT

► **Objectif de formation**

Ces activités permettent de revenir à des situations plus élémentaires que les précédentes et qui mobilisent la compétence professionnelle de conception de situations pour les élèves qui portent sur les constructions, les propriétés et les instruments.

■ **Consigne**

On considère les figures suivantes :

FIGURE 1

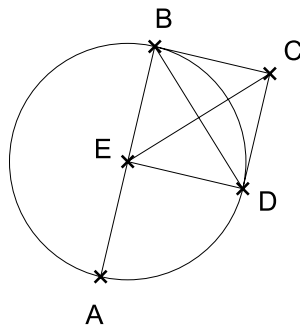


FIGURE 2

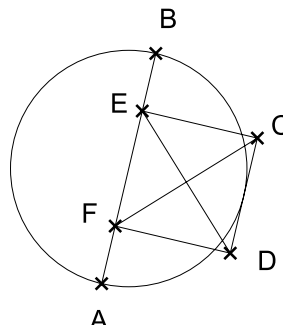
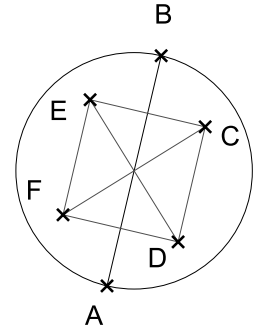


FIGURE 3



La consigne se décompose en 3 temps.

► **1. Recherche de situations pour les élèves à partir des figures données**

On demande de concevoir les grandes lignes d'une ou de plusieurs situations à mettre en place avec les élèves et qui permettent de travailler :

- la description de figures ;
- les programmes de construction
- les justifications.

► 2. Proposition d'une situation à résoudre

On demande de/d' :

- a. Donner une **description** de chacune de ces figures de façon à les identifier les unes par rapport aux autres.

On n'indiquera pas la présence des diagonales du carré ni du diamètre du cercle.

On n'utilisera pas les noms des points de la figure mais les mots *cercle* et *carré*, ainsi que le vocabulaire géométrique nécessaire pour définir le positionnement d'un élément par rapport à l'autre.

Tout vocabulaire non géométrique ou évoquant des objets matériels non géométriques ne sera pas utilisé.

- b. Écrire un **programme de construction** qui précise les instruments à utiliser pour les étapes délicates. On pourra ne pas mentionner le tracé des diagonales et du diamètre du cercle.

- c. S'intéresser à la figure 1, dont on sait qu'elle est composée d'un carré et d'un cercle, et de **justifier les propriétés** suivantes pour cette figure :

- le triangle ABD est un triangle isocèle rectangle ;
- EADC est un parallélogramme.

► 3. Bilan critique de la situation proposée

Dégagez l'intérêt de la situation, du point de vue de l'articulation entre construction, instruments et propriétés.

Dressez un bilan personnel sur les apports liés à cette activité et qui vous semblent importants.

■ Mise en œuvre

Reprenons les 3 phases de la consigne.

► 1. Recherche de situations pour les élèves à partir des figures données

Le formateur laissera un temps de réflexion individuel puis effectuera un bilan collectif. L'objectif n'est pas de produire des séances détaillées, mais de commencer à s'approprier les supports donnés et d'explorer les possibilités qu'ils offrent.

► **2. Proposition d'une situation à résoudre**

Le formateur organisera un travail individuel entrecoupé de points collectifs.

Ces temps collectifs peuvent être ponctuels et brefs, par exemple s'il s'agit de lever des doutes, de proposer une démarche, de rappeler quelques propriétés ou de soumettre des propositions.

Ils peuvent être plus conséquents s'il s'agit de corriger l'exercice, insister sur des connaissances incertaines ou faire un bilan.

Pour valider les productions des étudiants, le formateur peut faire appel, si besoin ou systématiquement, à un pair ou à l'ensemble du groupe.

Par exemple, la validation des descriptions ou des programmes de construction s'effectuera avec l'aide d'un autre étudiant qui exécutera le programme.

De même, la validation d'une description se fera en soumettant la description à un autre élève-maitre qui cherchera à identifier la figure indiquée.

Le formateur procédera à un bilan collectif en sélectionnant des aspects mathématiques (propriétés, instruments) et didactiques (mise en place de situations auprès des élèves) à retenir.

► **3. Bilan critique de la situation proposée**

Le formateur proposera un bilan centré sur la compétence de conception de situations intégrant des instruments, les propriétés et les constructions.

Il choisira d'institutionnaliser des connaissances mathématiques (instruments, propriétés) ou didactiques et relatives à la mise en place de situations d'enseignement auprès des élèves.

■ **Éléments de correction**

Reprenons les différentes questions.

► **1. Recherche de situations pour les élèves à partir du matériel donné**

De nombreuses propositions de différentes natures sont possibles qui rendent difficile toute proposition de bilan. Nous laissons le formateur statuer sur la validité des productions des élèves-maitres et organiser une synthèse sur les points qui lui paraissent les plus pertinents étant donné la progression des élèves-maitres.

► **2. Proposition d'une situation à résoudre**

a. Donner une description de chacune de ces figures.

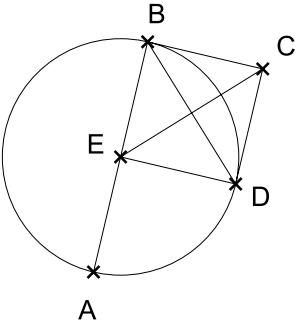
b. Écrire des programmes de construction des figures.

	FIGURE 1	FIGURE 2	FIGURE 3
Figures			
Description	L'un des côtés du carré est un rayon du cercle.	Le carré a pour longueur de côté le rayon du cercle. Le centre du cercle est le milieu de l'un de ses côtés.	Le carré a pour longueur de côté le rayon du cercle. L'une de ses médianes est un diamètre du cercle.
Programme de construction	<p>Construire un cercle de diamètre [AB] et de centre E.</p> <p>Construire un rayon [ED] de ce cercle et perpendiculaire à [AB].</p> <p>Construire le point C tel que EBCD soit un carré.</p> <p>Pour cela, on tracera au compas deux cercles dont le rayon est le rayon du cercle initial et dont les centres respectifs sont B et D.</p>	<p>Construire un cercle de diamètre [AB] et de centre O (non marqué sur la figure).</p> <p>À l'aide de la règle graduée, tracer les points E et F, milieux respectifs de [AO] et de [BO].</p> <p>Tracer les perpendiculaires à (AB) et qui passent respectivement par E et par F.</p> <p>Reporter au compas la longueur EF sur chacune des deux perpendiculaires précédentes pour définir respectivement les points C et D.</p> <p>Les points C et D doivent se situer dans le même demi-plan de frontière (AB).</p>	<p>Construire un cercle de diamètre [AB] et de centre O (non marqué sur la figure).</p> <p>À l'aide de l'équerre, construire un second diamètre [MN] (non marqué sur la figure) qui est perpendiculaire à [AB].</p> <p>À l'aide de la règle graduée, tracer le point P (non marqué sur la figure) milieu du rayon [OB].</p> <p>À l'aide du compas construire les bissectrices des 2 diamètres perpendiculaires (AB) et (MN).</p> <p>La perpendiculaire à (AB) passant par P coupe les deux bissectrices en E et C.</p> <p>Les perpendiculaires à (EC) qui passent par E et par C coupent respectivement les bissectrices en F et D.</p>

CONCEVOIR DES ACTIVITÉS EN GÉOMÉTRIE QUI MÉLÈNT CONSTRUCTIONS, PROPRIÉTÉS ET INSTRUMENTS

c. Justifications.

On s'intéresse à la figure 1. Voici quelques éléments synthétiques pour procéder aux justifications demandées.

<p>Rappel de la figure</p>	
<p>Justification de ABD triangle isocèle rectangle</p>	<p>Le cercle circonscrit au triangle ABD a pour diamètre l'un de ses côtés [AB]. ABD est donc un triangle rectangle en D. D'autre part, la droite (ED) est perpendiculaire à (AB) car EBCD est un carré dont les côtés consécutifs sont perpendiculaires. En outre, E est le milieu de [AB] car le centre d'un cercle est le milieu de ses diamètres. Une droite qui passe par le milieu d'un segment et qui lui est perpendiculaire est la médiatrice de ce segment. Donc, (ED) est médiatrice de [AB]. La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment. Donc, $DB = DA$ et le triangle ABD est isocèle.</p>
<p>Justification de EADC parallélogramme</p>	<p>On a : $(EA) \parallel (DC)$ car les côtés opposés d'un carré sont parallèles. De plus, on a : $EA = EB$ car E est le centre du cercle et [AB] l'un de ses diamètres. En outre, on a : $EB = CD$ car les côtés opposés d'un carré sont égaux. On en déduit que : $EA = CD$. Un quadrilatère qui a deux de ses côtés parallèles et de même longueur est un parallélogramme. Comme les côtés [EA] et [CD] sont parallèles et de même longueur, alors EADC est un parallélogramme.</p>

► **3. Bilan critique de la situation proposée**

Le formateur insistera sur la nécessaire cohérence à observer entre constructions, propriétés et instruments. Les activités doivent être finalisées, avoir du sens par rapport aux situations données et présenter des enjeux compréhensibles.

Le formateur retiendra, dans le travail collectif qu'il organisera et les analyses qu'il dispensera, tous les points qui lui paraîtront nécessaires pour consolider la formation professionnelle des élèves-maitres, qu'ils soient mathématiques ou didactiques.

ÉTAPE 8 : RÉINVESTISSEMENT

► **Objectif de formation**

L'objectif est de proposer aux élèves-maitres une nouvelle situation professionnelle permettant de développer la compétence professionnelle de conception d'activités intégrant les constructions, les instruments et les propriétés géométriques.

■ **Consigne**

On considère le puzzle ci-contre inscrit dans un rectangle et formé de figures géométriques juxtaposées.

Proposez quelques situations de travail pour les élèves qui utilisent le puzzle comme support et portent sur des constructions, des propriétés et des instruments.

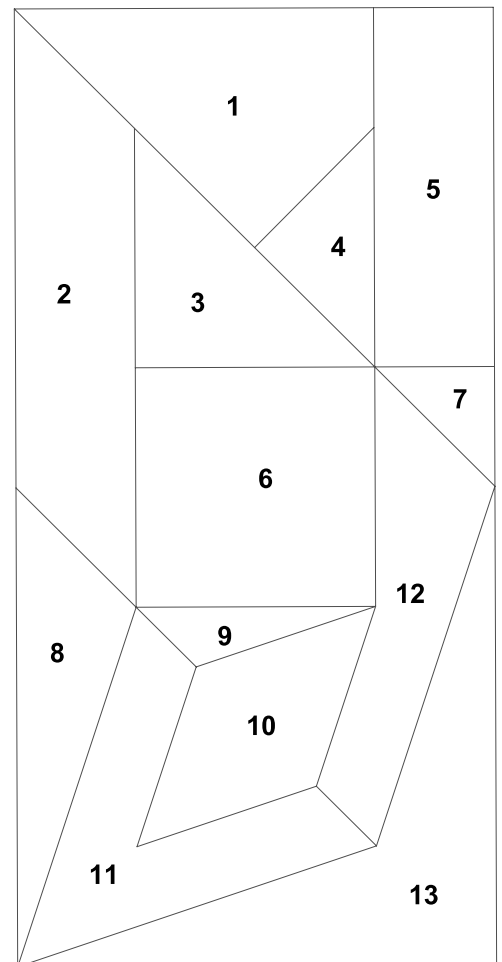
On rédigera les consignes destinées aux élèves.

■ **Mise en œuvre**

Dans une première phase, les élèves-maitres travailleront en groupes d'au plus quatre afin de produire différentes situations et leurs consignes.

Dans une deuxième phase, les groupes échangeront leurs productions. Les groupes récepteurs réaliseront alors la situation comme s'ils étaient des élèves. Ils rédigeront ensuite une courte analyse critique pour mettre en évidence les points forts, les points faibles et faire des propositions d'amélioration ou de prolongement le cas échéant.

Le formateur fera passer les groupes dont les productions lui semblent pertinentes par rapport aux besoins identifiés de l'ensemble des étudiants. Il donnera également la parole aux groupes récepteurs associés.



Si besoin, le formateur peut proposer à des groupes récepteurs les situations proposées ci-dessous, dans la partie « Éléments de correction ».

Le formateur proposera ensuite un bilan pour institutionnaliser les points professionnels et mathématiques qui lui paraissent les plus importants.

■ Éléments de correction

Procédons tout d'abord à une rapide analyse de la figure. Voici les polygones qui composent le puzzle et leurs principales particularités :

Numéro	Principales particularités	Numéro	Principales particularités
1	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Quadrilatère quelconque ▪ 2 angles droits 	8, 9	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Triangle quelconque
2	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Parallélogramme 	10	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Losange
3, 4, 7	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Triangle isocèle rectangle 	11	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Hexagone ▪ 1 axe de symétrie
5	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rectangle 	12	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Pentagone
6	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Carré 	13	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Quadrilatère quelconque ▪ 1 axe de symétrie ▪ 1 angle droit

Donnons une suite de 3 activités possibles pour les élèves qui travaillent des points différents.

Ces activités sont des situations d'interaction entre 2 élèves. Elles peuvent également être mises en place entre binômes d'élèves, ce qui permet à chacun d'avoir des idées, d'échanger, de conforter ou d'infirmer ses choix. Ces activités peuvent également être réalisées en classe entière, le maître lisant alors les productions de ses élèves. Elles peuvent se dérouler de façon orale ou par l'intermédiaire d'écrits qui seront échangés.

► Jeu du portrait

Cette situation reprend celle de l'étape précédente et est axée sur la description et la reconnaissance de figures.

Description sommaire	Commentaires
Un élève choisit un élément du puzzle. Il doit en donner une description pour qu'un pair l'identifie.	<p>Il sera précisé aux élèves que seul le vocabulaire de géométrie devra être utilisé. Pour travailler certaines notions, on peut imposer de n'utiliser qu'un vocabulaire limité.</p> <p>Par exemple, si on interdit d'utiliser les noms des quadrilatères particuliers, l'élève devra nécessairement décrire le polygone choisi en termes de nombre de côtés, de parallèles, d'angles droits...</p> <p>Cette situation peut se dérouler oralement en continu (un élève décrit, son pair cherche la réponse immédiatement après). Les phases de description et de recherche peuvent aussi être « découplées ».</p> <p>Les élèves écrivent leurs descriptions, qui seront lues et résolues ensuite par un pair dans un second temps.</p>

► **Construction d'une pièce supposée manquante du puzzle**

Cette situation est axée sur la rédaction d'un programme de construction et sur son exécution.

Description sommaire	Commentaire
<p>Un élève choisit un élément du puzzle, censé être la pièce manquante du puzzle.</p> <p>Il doit écrire un programme de construction, de façon à ce que le récepteur du programme puisse construire la pièce.</p> <p>Après découpage, on vérifiera que la pièce se superpose parfaitement à la place de la pièce manquante.</p>	<p>Il est plus simple d'autoriser tous les instruments de construction.</p> <p>Certaines pièces comportent des difficultés.</p> <p>Par exemple, la simple donnée des dimensions des côtés du parallélogramme (pièce 2) ne suffit pas à obtenir une pièce superposable à la pièce manquante. Il existe en effet plusieurs parallélogrammes plus ou moins <i>aplatis</i> qui possèdent des longueurs de côté identiques.</p> <p>Dans le cas du parallélogramme, outre la donnée des longueurs des côtés, il est nécessaire de donner la mesure d'un angle ou d'une diagonale pour assurer la superposition de la figure construite avec la pièce manquante.</p>

► **Détermination des polygones qui vérifient une ou plusieurs propriétés**

Cette situation permet de travailler les instruments et les propriétés.

Description sommaire	Commentaire
<p>Un élève choisit une ou plusieurs propriétés.</p> <p>Les autres élèves doivent alors trouver tous les polygones du puzzle qui vérifient cette ou ces propriétés.</p>	<p>Cette activité peut mobiliser les instruments comme l'équerre pour repérer les angles droits ou le compas pour repérer les côtés de même dimension.</p> <p>Certaines propriétés peuvent ne pas être repérées perceptivement et nécessiter l'usage d'instruments.</p> <p>Par exemple, s'il est demandé de déterminer les polygones du puzzle qui possèdent au moins 2 angles droits, le polygone 1, qui vérifie cette propriété, peut être oublié.</p> <p>Cette situation peut aussi être l'occasion d'utiliser certains instruments parfois difficiles à manipuler tels que le rapporteur.</p> <p>Par exemple, la recherche des triangles ayant un angle de 45° aboutira rapidement à la détermination des triangles 3, 4, 7 qui, perceptivement, apparaissent comme des demi-carrés, donc rectangles isocèles avec 2 angles de 45°.</p> <p>En revanche, la sélection des triangles 8 et 9, qui possèdent également un angle de 45°, nécessitera pour beaucoup d'élèves l'utilisation du rapporteur.</p>

■ Prolongement

Il peut être intéressant de demander de reproduire le puzzle.

Pour cela, il suffit de construire un rectangle dont la largeur est la moitié de la longueur.

La totalité des polygones qui composent le puzzle se construit alors uniquement en traçant des milieux réitérés de différents segments.

Le lecteur déterminera l'ordre de construction de ces différents milieux à l'aide de la figure ci-dessous qui les met en évidence.

